

**Astronomický ústav Slovenskej akadémie vied**  
Tatranská Lomnica



Mgr. Lubomír Hambálek

**Štúdium vybraných tesných dvojhviezd  
a viacnásobných sústav**

Dizertačná práca

Školiteľ: RNDr. Theodor Pribulla, CSc.

Tatranská Lomnica, 2010



Prehlasujem, že som uvedenú prácu vypracoval samostatne a citoval som všetku použitú literatúru.

V Tatranskej Lomnici, 11. apríla 2010



# Pod'akovanie

Predkladaná dizertačná práca bola vypracovaná v priebehu doktorandského štúdia na Astronomickom ústave Slovenskej akadémie vied v Tatranskej Lomnici v študijnom odbore 4.1.8 Astrofyzika (vedný odbor: 11-41-9) so zameraním na stelárnu astronómiu. Chcel by som sa poďakovať všetkým zamestnancom Astronomického ústavu, ktorí mi pomohli pri získavaní fotometrických dát alebo pripomienkami pomohli pri písaní tejto práce.

Menovite by som sa chcel poďakovať RNDr. Theodorovi Pribulloví, CSc. za poskytnutie pozorovacieho spektroskopického materiálu, niektoré výpočtové programy použité pri písaní tejto práce, odborné vedenie a usmerňovanie, rady a pripomienky a jeho pozitívny prístup.

Ďakujem aj svojim rodičom za ich vytrvalú podporu počas môjho štúdia.

Táto práca bola podporená grantom číslo 7010: „Štúdium štruktúry interagujúcich dvojhviezd a viacnásobných sústav“ grantovej agentúry VEGA.

# Obsah

Použité symboly a konštanty .....	8
Úvod.....	10
1 Klasické dvojhviezdy .....	11
1.1 Tesné dvojhviezdy .....	13
1.1.1 Rocheov model a Kopalova klasifikácia .....	13
1.1.2 Excentrické dráhy a asynchrónna rotácia .....	15
1.2 Zákrytové dvojhviezdy .....	15
1.2.1 Svetelná krivka zákrytových premenných hviezd .....	16
1.2.2 Klasifikácia zákrytových dvojhviezd.....	19
1.3 Spektroskopické dvojhviezdy.....	22
1.3.1 Určovanie radiálnych rýchlostí (CCF a BF) .....	23
1.3.2 Krivka radiálnych rýchlostí.....	26
1.3.3 Rozmotávanie spektier .....	27
1.4 Určenie fyzikálnych parametrov dvojhviezd.....	27
1.5 Fyzikálne procesy v tesných dvojhviezdach.....	30
1.5.1 Prenos hmoty a energie medzi zložkami .....	30
1.5.2 Povrchová aktivita .....	31
1.5.3 Zákrytové dvojhviezdy s pulzujúcimi zložkami .....	33
1.6 Stavba a vývoj tesných dvojhviezd.....	36
1.6.1 Paradox Algolu.....	36
1.6.2 Štádiá prenosu hmoty .....	36
1.6.3 TRO v kontaktných dvojhviezdach.....	37
1.7 Modelovanie tesných dvojhviezd .....	37
2 Viacnásobné sústavy .....	43
2.1 Metódy detekcie ďalších zložiek.....	44
2.1.1 LITE.....	45
2.2 Vznik a vývoj viacnásobných sústav.....	46
2.3 Vývoj tesných dvojhviezd vo viacnásobných sústavách.....	47
2.3.1 Kozaiove cykly .....	47

---

3	Cieľ práce.....	49
4	Pozorovací materiál .....	50
4.1	Voľba objektov.....	50
4.2	Fotometrický materiál .....	51
4.3	Spektroskopický materiál.....	53
5	Výsledky .....	54
5.1	Štúdium vybraných dvojhviezd a viacnásobných sústav.....	54
5.1.1	AO Serpentis (AO Ser) .....	54
5.1.2	V2610 Ophiuchi (V2610 Oph).....	67
5.1.3	WY Cancri (WY Cnc).....	77
5.2	Dvojhviezdy vo viacnásobných sústavách.....	86
	Záver.....	89
	Použitá literatúra.....	91
	Dodatky.....	99
A.	Výpočet koeficientu vzdušnej hmoty.....	99
B.	Extinkčné koeficienty .....	101
C.	Použité fotometrické systémy a transformácia do medzinárodného systému...103	
D.	CCD detektory.....	104
E.	Fotometrická redukcia snímok .....	108
F.	Apertúrna diferenciálna fotometria .....	110
G.	Spracovanie long-slit a échelle spektier v prostredí IRAF.....	112
H.	Spracovanie fotometrie programom Munipack.....	119
I.	Extrahovanie funkcií rozšírenia v prostredí IDL .....	120
J.	Rotačné profily novoobjavených dvojhviezd a viacnásobných sústav .....	124

# Použité symboly a konštanty<sup>1</sup>

$a$	veľká polos obežnej dráhy dvojhviezdy
$\alpha$	koeficient gravitačného stemnenia
$A$	albedo hviezdy
$A'$	povrch hviezdy
$c$	rýchlosť svetla vo vákuu $c = 2,997\,924\,58 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$
$e$	excentricita obežnej dráhy dvojhviezdy
$E$	energia
$E$	epocha (v efemeride)
$f$	miera vyplnenia Rocheovho laloku zložkou dvojhviezdy
$\mathcal{F}$	svetelný tok
$\varphi$	orbitálna fáza
$\Phi$	vzájomný sklon obežných dráh
$g$	povrchové gravitačné zrýchlenie
$\log g$	logaritmus povrchového gravitačného zrýchlenia (v CGS sústave)
$g_{\odot}$	povrchové zrýchlenie na Slnku, $g_{\odot} = 2,74 \cdot 10^2 \text{ m s}^{-2}$
$G$	gravitačná konštanta, $G = 6,672\,59(85) \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$
$h$	Planckova konštanta, $h = 6,626\,068 \cdot 10^{-34} \text{ m}^2 \text{ kg s}^{-1}$
$i$	sklon roviny obežnej dráhy dvojhviezdy
$K$	poloamplitúda krivky radiálnych rýchlostí
$\kappa_{\lambda}$	opacita (závislá na vlnovej dĺžke)
$l_i$	relatívne svetlo $i$ -tej zložky viacnásobnej sústavy ( $\sum_i l_i = 1$ )
$L$	moment hybnosti dvojhviezdnej sústavy
$\mathcal{L}$	svietivosť
$\mathcal{L}_{\odot}$	svietivosť Slnka, $\mathcal{L}_{\odot} = 3,845 \cdot 10^{26} \text{ W}$
$\lambda$	vlnová dĺžka
$\lambda_s$	uhlová hviezdna dĺžka hviezdnej škvrtiny
$M$	hmotnosť hviezdy, zložky dvojhviezdy
$\mathcal{M}_{\odot}$	hmotnosť Slnka, $\mathcal{M}_{\odot} = 1,989\,1 \cdot 10^{30} \text{ kg}$
$M^{\text{bol}}$	bolometrická magnitúda
$M_{\odot}^{\text{bol}}$	bolometrická magnitúda Slnka, $M_{\odot}^{\text{bol}} = +4,74$
$\mu$	redukovaná hmotnosť dvojhviezdy
$q$	pomer hmotností zložiek dvojhviezdy
$\pi$	paralaxa
$P$	obežná perióda zložiek dvojhviezdy
$r$	relatívny polomer hviezdy (k veľkej polosi $a$ )

<sup>1</sup> Hodnoty konštánt prevzaté z Cox (2000).

---

$\bar{r}$	stredný polomer hviezdy
$R$	relatívny polomer hviezdy, zložky dvojhviezdy rozlišovacia schopnosť spektrografu
$\mathcal{R}$	absolútny polomer hviezdy
$\mathcal{R}_{\odot}$	polomer Slnka, $\mathcal{R}_{\odot} = 6,955\ 08(26) \cdot 10^8$ m
$RV_i$	radiálna rýchlosť $i$ -tej zložky dvojhviezdy
$\rho$	hustota
$\rho_{\odot}$	stredná hustota Slnka, $\rho_{\odot} = 1\ 409$ kg.m <sup>-3</sup> .
$\rho_s$	uhlový polomer hviezdnej škvvrny
$\sigma$	Stefanova-Boltzmannova konštanta, $\sigma = 5,670\ 51(19) \cdot 10^{-8}$ W m <sup>-2</sup> K <sup>-4</sup>
$t$	čas
$t_f$	teplotný faktor hviezdnej škvvrny
$\vartheta$	pravá anomália telesa na obežnej dráhe
$T, T_{\text{eff}}$	teplota, efektívna teplota hviezdy
$T_{\odot}$	efektívna (bolometrická) teplota Slnka, $T_{\odot} = 5\ 777$ K
$\theta_s$	uhlová hviezdna šírka hviezdnej škvvrny
$u$	lineárny koeficient okrajového stmernenia
$V_0, \gamma$	radiálna rýchlosť ťažiska dvojhviezdy
$v_i$	rýchlosť ( $i$ -ta zložka vektora rýchlosti)
$\omega$	uhlová rýchlosť
$\omega_{\pi}$	dĺžka periastra obežnej dráhy dvojhviezdy
$x', y'$	logaritmicke koeficienty okrajového stmernenia
$\dot{x}$	časová derivácia veličiny $x$
$\bar{x}$	stredná hodnota veličiny $x$
$[x]$	celá časť reálnej veličiny $x$
$[x]$	$[x] \stackrel{\text{def}}{=} [x] + 1$
$X$	koeficient vzdušnej hmoty
$\Omega$	dĺžka výstupného uzla obežnej dráhy dvojhviezdy
$\Omega_R$	gravitačný potenciál (Rocheov)

# Úvod

V práci sa zaoberáme zákrytovými premennými hviezdami AO Serpentis (AO Ser), V2610 Ophiuchi (V2610 Oph) a WY Cancri (WY Cnc). Doteraz zanedbávanú hviezdu AO Ser sme si zvolili, pretože neexistovala jej komplexnejšia štúdia. Počas písania tejto práce sa síce objavil článok Yanga et al. (2010), ale aj tak sme vykonali vlastnú reanalýzu s cieľom potvrdiť alebo vyvrátiť ich získané výsledky. Donedávna novo objavená zákrytová premenná V2610 Oph bola takisto málo preskúmaná. Vo svetle objavu, že sa v skutočnosti jedná o štvorhviezdu (Pribulla et al., 2009), sme chceli skombinovať jej spektroskopické merania s novými fotometrickými dátami, aby sme určili absolútne parametre sústavy. Premenná hviezda WY Cnc typu RS CVn bola prednedávnom študovaná spektroskopicky (Kjurkchieva et al., 2004). Predošlé riešenia sa značne rozchádzali v určení absolútnych parametrov. Taktiež sme chceli zistiť momentálny stav tmavých fotosférických škvŕn na povrchu primárnej zložky a prípadne ich vývoj.

V práci ďalej analyzujeme prehliadku južných premenných hviezd so svetelnými krivkami typu W UMa, pre ktoré nie je v literatúre dostupný (zvyčajne) žiaden spektroskopický materiál. Prehliadka bola zameraná na zistenie skutočnej podstaty týchto objektov klasifikovaných len na základe svetelných kriviek.

Práca je založená na vlastných fotometrických pozorovaniach získaných v pavilóne G1 Astronomického ústavu SAV. Použili sme aj elektronicky voľne dostupnú fotometriu z prehliadok ASAS pre všetky tri zvolené zákrytové sústavy, spektroskopické pozorovania získané mojím školiteľom na David Dunlap Observatory v Toronte (Kanada) a Las Campanas Observatory (Čile).

V úvodnej kapitole podávame základný prehľad o klasických a hlavne zákrytových dvojhviezdach a ich klasifikácii. Predstavujeme Rocheov model, ktorý vysvetľuje pozorované efekty na svetelných krivkách a krivkách radiálnych rýchlostí. Súčasne diskutujeme ako jednotlivé parametre modelu ovplyvňujú svetelné krivky a stručný popis programu ROCHE, ktorý sme použili na modelovanie dvojhviezd. V kapitole 2 sa venujeme metódam detekcie viacnásobných sústav a procesom, ktoré vedú k ich vzniku a vývoju.

Ťažiskom práce je popis a analýza získaného fotometrického materiálu v kapitole 4 a kapitola 5 venovaná jednotlivým skúmaným sústavám, ich modelovaniu a výsledkom. Na záver v rôznych dodatkoch uvádzame podrobnosti pre rôzne prístupy v spracovaní fotometrických a spektroskopických dát.

Táto práca bola napísaná v programe Microsoft Office Word, jednotlivé obrázky vznikli použitím programov Microsoft Office Excel, Origin a Grwnd. Pri písaní sme použili komerčné programy PERANSO a prostredie IDL Student, voľne dostupné Munipack, IRAF a program ROCHE poskytnutý školiteľom RNDr. Theodorom Pribullom, CSc.

# 1 Klasické dvojhviezdy

Hviezdy na oblohe človek sledoval od nepamäti. Hviezdy, ktoré sa javia na oblohe veľmi blízko pri sebe nemusia byť nutne zložkami tej istej sústavy. Ak však sú a je ich možné voľným okom alebo ďalekohľadom rozlíšiť, hovoríme o *vizuálnych dvojhviezdach*<sup>2</sup>. Už v roku 1596 Fabricius pozoroval ako vizuálnu dvojhviezdu Mira Ceti (ktorej jedna zložka je známa dlhoperiodická pulzujúca hviezda). Montenari si v roku 1670 všimol, že Algol mení svoju jasnosť (aj keď sa o tom zmienka objavila už v čínskych záznamoch pred 2000 rokov). Túto jeho vlastnosť správne vysvetlil až v roku 1782 J. Goodricke vzájomným zakrývaním sa zložiek. Dnes túto triedu dvojhviezd nazývame *zákrytovými dvojhviezdami*. Najprv sa preto výskum sústredil na vizuálne a zákrytové dvojhviezdy. S presnejšími astrometrickými (pozičnými) meraniami sa podarilo objaviť tzv. *astrometrické dvojhviezdy* (zdanlivo osamotené hviezdy obiehajúce okolo spoločného ťažiska s neviditeľnou zložkou). Príkladom je aj Sírirus, u ktorého už v roku 1844 F. W. Bessel predpokladal ďalšie teleso. Biely trpaslík Sírirus B bol objavený A. G. Clarkom v roku 1862. S rozvojom fotografie sa začali aj postupné prehliadky oblohy, čo viedlo k objaveniu viacerých zákrytových dvojhviezd.

Analýzou hviezdnych spektier sa využitím Dopplerovho efektu podarilo objaviť dvojhviezdy na základe zmien pozorovanej radiálnej rýchlosti, tzv. *spektroskopické dvojhviezdy*. V súčasnosti na základe kvalitnej fotometrie a spektroskopie sa často darí pozorovať objekt oboma metódami. Ak sa pri zákrytovej dvojhviezde podarí rozlíšiť obe zložky v získaných spektrách, je možné pre daný objekt určiť úplnú sadu fyzikálnych parametrov (hmotnosti, rýchlosti, polomery, teploty, svietivosti zložiek ako aj orbitálne elementy sústavy). Kombinovanie rôznych druhov pozorovaní preto môže zjednodušiť riešenie problému, alebo poskytnúť viac fyzikálnych informácií. V súčasnosti sa bežne kombinujú astrometrické, spektroskopické, fotometrické, interferometrické či dokonca polarimetrické pozorovania.

Dvojhviezdy slúžia aj ako testovacie objekty astrofyzikálnych modelov stavby hviezd. Priekopnícka práca Schwarzschilda (1958) a ďalšie sa zaoberali apsidálnym pohybom ako nástrojom na testovanie koncentrácie hmoty vo vnútri hviezd. Skracovanie orbitálnych periód v dôsledku vyžarovania gravitačných vln alebo apsidálny pohyb najmä pri sústavách s kompaktnými zložkami slúži aj ako test všeobecnej teórie relativity.

Zložkami dvojhviezd môžu byť akékoľvek hviezdy či už z hlavnej postupnosti, podobri, obri, alebo nadobri. Zložky dvojhviezd často pulzujú. V tesných dvojhviezdach boli zistení podtrpaslíci, trpaslíci, neutrónové hviezdy a predpokladajú sa aj čierne

<sup>2</sup> Neslobodno si mýliť s pojmom „vizuálna premenná hviezda“, ktorý označuje premennú hviezdu s najvýraznejším rozdielom jasnosti vo vizuálnej oblasti. (Pittich & Rušin, 1998, p.189)

diery, ktorých existenciu je možné dokázať len nepriamo gravitačným pôsobením na okolitú hmotu.

V poslednej dobe s hromadným nástupom CCD pozorovaní a rozvojom moderných počítačových redukčných metód klesá spodná hranica jasnosti pozorovateľných sústav aj pri stredných a malých d'alekohľadoch, čo umožňuje sledovanie jednotlivých dvojhviezd v hviezdokopách a dokonca aj v iných galaxiách. Z fotografických platní boli známe zákrytové dvojhviezdy nachádzajúce sa v Magellanových mračnách a v galaxii v Andromede (M31) už začiatkom minulého storočia. Ale postup v CCD technike umožnil vysoko presnú fotometriu ( $\pm 0,01$  mag) jasnejších mimogalaktických dvojhviezd na d'alekohľadoch so strednými priemerami. Už s dvojmetrovým d'alekohľadom je možné s podobnou presnosťou merať objekty do 22 mag v M31. Problémom sú však husté hviezdne polia a treba použiť sofistikované redukčné metódy. Štúdium týchto dvojhviezd môže poskytnúť odpovede na evolučné otázky v prostredí odlišnom od našej Galaxie, resp. najbližšieho okolia Slnka. Zákrytové dvojhviezdy s dobre určenými svietivosťami a nim zodpovedajúcimi absolútnymi magnitúdami možno použiť ako „štandardné sviečky“ na určovanie vzdialeností v rámci miestnej skupiny galaxií (Dworak, 1974; Rucinski & Duerbeck, 1997).

Na rozlíšenie jednotlivých zložiek dvojhviezd je potrebná vysoká uhlová rozlišovacia schopnosť, ktorú možno dosiahnuť pomocou interferometrie. Jedno z prvých využití optickej interferometrie v astronómii bolo meranie uhlových priemerov hviezd pomocou Michelsonovho interferometra na observatóriu v Mt. Wilson na začiatku 20. rokov minulého storočia. Namiesto jedného obrieho d'alekohľadu s viacerými apertúrami je dnes výhodné použiť viaceré d'alekohľady (s adaptívnou optikou), ktorých svetlo je vedené do spoločného interferometra optickými káblami (napr. 10 metrové Keck I a II na Mauna Kea na Havaji v USA alebo štyri 8,2-metrové VLT d'alekohľady na Cerro Paranal v Čile). Možno tak dosiahnuť rozlišovací limit až k asi 2 mas (0,002 oblúkovej sekundy).

Celkovým trendom začínajú byť automatické fotometrické d'alekohľady. S ich použitím je možné pokryť svetelné krivky dvojhviezd s periódami niekoľko dní aj počas jednej pozorovacej sezóny: ASAS<sup>3</sup>, NSVS<sup>4</sup>, Stardial. Elektronické katalógy ako napr. WDS<sup>5</sup> (Mason et al., 2009) alebo SB9<sup>6</sup> (Pourbaix et al., 2009) obsahujú parametre zložiek dvojhviezd alebo ich obežných dráh. Vesmírne sondy a d'alekohľady prispievajú do výskumu dvojhviezd najmä kontinuálnym pozorovaním alebo sledovaním mimo oblastí elektromagnetického spektra viditeľných zo zemského povrchu. Hubbleov vesmírny d'alekohľad (HST) pozoruje v UV, významným prínosom sú aj dáta z družíc ROSAT<sup>7</sup>, alebo FUSE<sup>8</sup>. Na vysoko presnú fotometriu premenných hviezd je zameraná

<sup>3</sup> ASAS, skr. z angl. „All Sky Automatic Survey“, automatická prehliadka celej oblohy

<sup>4</sup> NSVS, skr. z angl. „Northern Sky Variability Survey“, prehliadka premenlivosti severnej oblohy

<sup>5</sup> WDS, skr. z angl. „Washington Double Star Catalog“, washingtonský katalóg dvojhviezd

<sup>6</sup> SB9, skr. z angl. „9<sup>th</sup> Spectroscopic Binary catalog“, 9. katalóg spektroskopických dvojhviezd

<sup>7</sup> ROSAT, skr. z nem. „Röntgensatellit“, röntgenová družica

aj družica MOST<sup>9</sup> a plánovaná „flotila“ satelitov BRIGHT. Veľké množstvo zákrytových dvojhviezd so svetelnými krivkami s vysokou presnosťou prinesú aj družicové projekty zamerané na detekciu tranzitov extrasolárnych planét (napr. COROT<sup>10</sup> alebo KEPLER).

## 1.1 Tesné dvojhviezdy

Tesné dvojhviezdy sú sústavy dvoch hviezd, ktorých zložky sa navzájom ovplyvňujú. Pri týchto sústavách pozorujeme prenos a odtok hmoty (meniace vývoj zložiek), akreciu hmoty (vedúcu k vzniku akrečných diskov, horúcich škvŕn a vzplanutiam), silné slapové pôsobenie (vedúce k cirkularizácii dráh a viazanej rotácii), interakciu hviezdnych vetrov. Slapová väzba pri tesných dvojhviezdach udržuje ich rýchlu rotáciu napriek magnetickému brzdeniu hviezdym vetrom. To vedie k silným prejavom magnetického dynama: výskytu fotosférických škvŕn a zvýšenej povrchovej aj chromosférickej aktivity. Štúdium týchto procesov výrazne zlepšujú tzv. multifrekvenčné pozorovania (v rádiovnej, UV aj röntgenovej oblasti). Tesné dvojhviezdy sú akými si kozmickými laboratóriami, ktoré prispievajú k našim poznatkom aj vo fyzike plazmy a časticovej fyzike.

### 1.1.1 Rocheov model a Kopalova klasifikácia

Rocheov model je základom pochopenia procesov v tejto skupine objektov. Model popisuje gravitačný potenciál v okolí dvojhviezdy v súradnicovej sústave spoločne rotujúcej s dvojhviezdou, ak vzájomná dráha zložiek je kruhová. Lokálny gravitačný potenciál v akomkoľvek bode v okolí zložiek dvojhviezdy je potom časovo nemenný a je daný len ich gravitačným pôsobením a odstredivou silou vyvolanou oběhom zložiek (a následnou rotáciou súradnicovej sústavy).

Ak hmotnosti zložiek označíme  $M_1$ ,  $M_2$ , a vhodne zvolíme jednotky tak, aby  $M_1 + M_2 = 1$ , ich vzájomná vzdialenosť  $R = 1$  a gravitačná konštanta  $G = 1$ ; a súradnicovú sústavu posunieme do ťažiska dvojhviezdnej sústavy, aby oba hmotné body  $M_1$ ,  $M_2$  ležali na osi  $x$ , potom dostávame:

$$\Omega_R = \frac{M_1}{r_1} + \frac{M_2}{r_2} + \frac{1}{2}(x^2 + y^2) \quad (1)$$

<sup>8</sup> FUSE, skr. z angl. „Far Ultraviolet Spectroscopic Explorer“, spektroskopický prieskumník v ďalekej UV oblasti

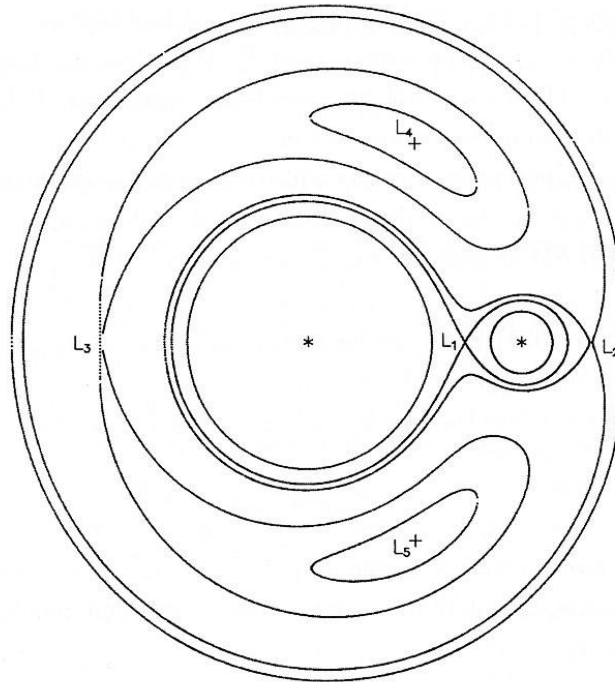
<sup>9</sup> MOST, skr. z angl. „Microvariability and Oscillations of Stars“, mikropremenlivosť a hviezdne oscilácie

<sup>10</sup> COROT, skr. z angl. „Convection, Rotation and Planetary Transits“, konvekcia, rotácia a tranzity planét

$$r_{1,2} = \sqrt{(x \pm M_{2,1})^2 + y^2 + z^2} \quad (2)$$

V takejto sústave existuje v rovine dráhy päť Lagrangeových bodov nulovej sily (Andrle, 1971). Tri ležia na priamke prechádzajúcej ťažiskami oboch zložiek a dva vo vrcholoch rovnostranných trojuholníkov zostrojenými nad touto priamkou so stranou veľkosti veľkej polosi (Obrázok 1).

Ekvipotenciálna plocha (povrch s konštantnou hodnotou  $\Omega_R$ ) prechádzajúca bodom  $L_1$  sa nazýva vnútorným kritickým povrchom, plocha dotýkajúca sa bodu  $L_2$  (pri menej hmotnej zložke) je vonkajší kritický povrch. Ak obe zložky práve vyplnia svoje vnútorné kritické povrchy (Rocheove laloky), dôjde k ich dotyku v libračnom bode  $L_1$ . Podľa Kopalovej klasifikácie (Kopal, 1959) hovoríme, že dvojhviezda je *oddelená*, ak ani jedna zo zložiek nevyplní svoj Rocheov lalok. Ak jedna zo zložiek zväčší svoj rozmer (napr. po opustení hlavnej postupnosti) a dosiahne vnútorný kritický povrch, hovoríme o *polodotykovej sústave*. Ak aj druhá zo zložiek vyplní svoj kritický povrch dochádza ku kontaktu zložiek (*kontaktná sústava*). Ďalšie zväčšovanie zložiek vedie ku vytvoreniu spoločnej obálky, ktorá zodpovedá jednej potenciálnej hladine. Vtedy hovoríme o kontaktnej dvojhviezde. Pretože v libračných bodoch je výsledné silové pôsobenie nulové, už malý impulz môže spôsobiť pohyb hmoty. V prípade bodu  $L_1$  môže hmota pretekať z jednej zložky na druhú, cez bod  $L_2$  môže sústava strácať hmotu natrvalo.



**Obrázok 1:** Rocheove ekvipotenciálne hladiny a zodpovedajúce Lagrangeove libračné body pre pomer hmotností zložiek  $q = 0,08$  v rovine dráhy.

Pre mieru vyplnenia Rocheovho laloku zložkou dvojhviezdy (angl. „fill-out factor“) budeme používať vzťah (Kallrath & Milone, 1999):

$$f = \frac{\Omega_{\text{in}} - \Omega}{\Omega_{\text{in}} - \Omega_{\text{out}}} \quad (3)$$

kde indexy „in“ a „out“ zodpovedajú gravitačným potenciálom vnútorného, resp. vonkajšieho povrchu. V staršej literatúre existuje viacero rôznych definícií miery vyplnenia, napr. u Mochnackého a Doughtyho (1972) alebo Rucinského (1969a).

### 1.1.2 Excentrické dráhy a asynchrónna rotácia

Je prirodzené, že dvojhviezdy od počiatku gravitačnej viazanosti zložiek môžu mať rôzne pôvodné excentricity obežnej dráhy. Počas vývoja tesných dvojhviezd sa dôsledkom slapového trenia excentricita ich obežnej dráhy postupne blíži k nule (cirkularizácia) a hodnota rotačnej periódy zložiek sa približuje k hodnote orbitálnej periódy (synchronizácia). Odhad časovej škály cirkularizácie a synchronizácie v závislosti primárne od hmotnosti hviezdy, jej polomeru a svietivosti, momentu zotrvačnosti sústavy, pomeru hmotností zložiek a veľkosti veľkej polosi, urobil Zahn (1977; 1978). Pre prípad hviezdy s konvektívnou obálkou s periódou 1 deň nastane synchronizácia za asi  $10^4$  rokov a cirkularizácia za asi  $10^6$  rokov. Tieto škály závisia silno na perióde, pretože už pri rádovo 10-dňovej pôvodnej orbitálnej perióde sa zmenia na  $10^8$  rokov pre synchronizáciu, resp.  $10^{11}$  rokov v prípade cirkularizácie. Zatiaľ sa nepozorovali sústavy s orbitálnou periódou menej ako asi 8 hodín, ktoré by už nemali cirkularizovanú obežnú dráhu.

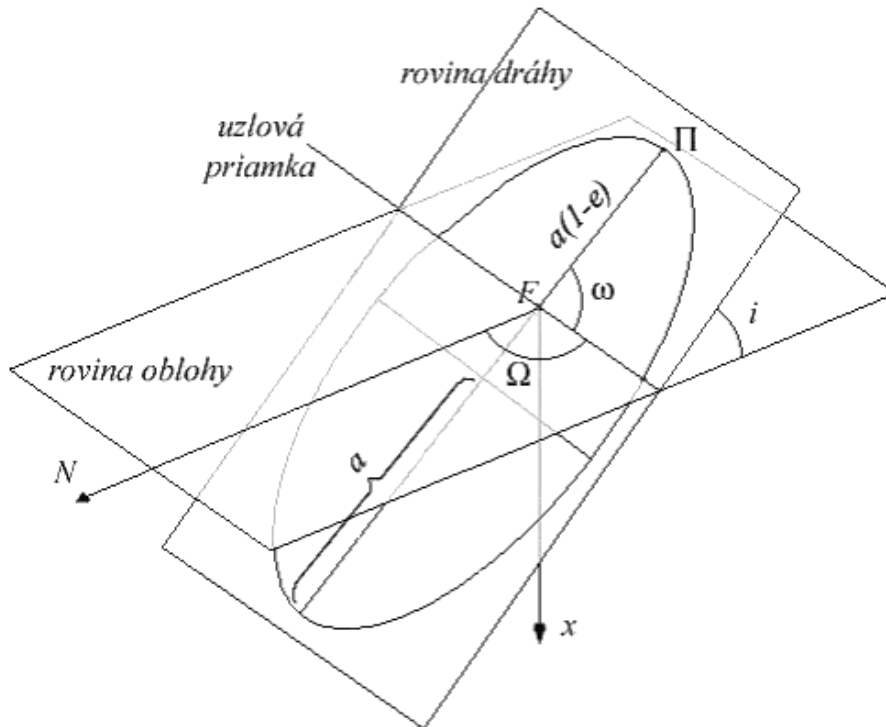
Pri modelovaní tesných dvojhviezd s excentrickými dráhami sa predpokladá Rocheov model pre každú vzdialenosť zložiek a takisto, že sa tvar zložiek prispôsobuje Rocheovým ekvipotenciálom (Wilson, 1979) počas vzájomného obehu.

## 1.2 Zákrytové dvojhviezdy

Dôležitou skupinou dvojhviezd vo všeobecnosti sú zákrytové dvojhviezdy. Jedná sa o sústavy s rovinou dráhy orientovanou voči pozorovateľovi tak, že pozorujeme periodické zákryty zložiek. Zákryty poskytujú dodatočný zdroj informácií o hviezdnych atmosférach (okrajové a gravitačné stemnenie) a zvyčajne zvyšujú informačný obsah pozorovaní.

Fenomén zákrytových premenných hviezd je spôsobený primárne geometriou celej sústavy. Na jeho popis je možné použiť sadu fotometrických dráhových elementov (Obrázok 2) kam patria uhlové elementy: dĺžka periastra  $\omega_\pi$ , dĺžka výstupného uzla  $\Omega$  (nie je možné určiť len analýzou svetelnej krivky dvojhviezd), sklon (tzv. inklinácia)

roviny obežnej dráhy k rovine oblohy  $i$ ; elementy elipsy: veľká polos obežnej dráhy  $a$ , excentricita obežnej dráhy  $e$  a okamih prechodu periastrom  $\Pi$ .



**Obrázok 2:** Dráhové elementy dvojhviezdy. Poloha severu je určená priamkou smerujúcou k  $N$ , smer k pozorovateľovi určuje priamka  $x$  kolmá na rovinu oblohy

### 1.2.1 Svetelná krivka zákrytových premenných hviezd

Svetelná krivka zákrytovej dvojhviezdy je závislosť svetelného toku meraného na určitej vlnovej dĺžke (alebo určitej spektrálnej oblasti definovanej použitým filtrom) od času alebo orbitálnej fázy  $\varphi$  (vtedy ide o fázovú svetelnú krivku). Orbitálna fáza je definovaná na intervale  $\varphi = \langle 0;1 \rangle$  tak, že primárne (hlbšie) minimum je vo fáze  $\varphi = 0,0$ . Pri kruhovej dráhe sekundárne minimum nastáva vo fáze  $\varphi = 0,5$ . V prípade excentrických obežných dráh zložiek dochádza k primárnym a sekundárnym minimám, ak je splnená podmienka  $\vartheta + \omega_\pi - \pi/2 = 0$ , resp.  $\vartheta + \omega_\pi - 3\pi/2 = 0$  (kde  $\vartheta$  je pravá anomália) a pozorujeme posun sekundárneho minima od fázy  $\varphi = 0,5$ , ktorý závisí od excentricity  $e$  a dĺžky periastra  $\omega$ . V prvom priblížení je posun rovný  $e \cos(\omega)$ . Z trvania miním<sup>11</sup> ( $d_1, d_2$ ) v takomto prípade môžeme určiť  $e \sin(\omega)$  (Hilditch, 2001, p.238):

<sup>11</sup> Vráťane fázy poklesu svetla, teda od prvého do štvrtého kontaktu

$$e \sin(\omega) = \frac{d_2 - d_1}{d_2 + d_1} \quad (4)$$

Ak je však sklon obežnej dráhy  $i \neq 90^\circ$ , často nastane len to minimum, pri ktorom sú zložky dvojhviezdy bližšie k periastru  $\Pi$ . Konkrétnu orbitálnu fázu  $\varphi_i$  danej dvojhviezdy možno jednoducho vypočítať zo známej efemeridy  $HJD = JD_0 + P \times E$  nasledovne:

$$\varphi_i = E'_i - [E'_i] \quad (5)$$

$$E_i = [E'_i] \quad (6)$$

kde  $E_i$  je celočíselná epocha minima a jej reálny tvar je  $E'_i = (HJD_i - JD_0)/P$ .

V prípade nerovnakého priemeru zložiek môže byť pozorované minimum tranzitom menšej zložky pred väčšou, alebo zákrytom menšej zložky väčšou. Ak deformácia tvaru zložiek nie je priveľká, je možné rozlíšiť dobre definované začiatky a konce zákrytov (tzv. kontakty). Keďže v tejto práci sa budeme zaoberať len tesnými dvojhviezdami, ktorých dráhy už boli cirkularizované, nebudeme ďalej brať excentrické dráhy do úvahy.

Hlavné efekty určujúce tvar svetelnej krivky sú:

- *Pomer polomerov zložiek  $R_1/R_2$* : Čím je pomer polomerov bližší k jedna, tým je hĺbka zákrytov väčšia.
- *Sklon dráhy  $i$* : Amplitúda svetelnej krivky rastie so zväčšujúcim sa sklonom. V prípade úplných zákrytov už hĺbka zákrytu od sklonu nezávisí.
- *Pomer teplôt zložiek  $T_1/T_2$* : Určuje pomer povrchových jasností zložiek čím je daný aj pomer hĺbok miním. Pre dané teploty zložiek  $T_1$  a  $T_2$  potom pomer hĺbok miním závisí aj na vlnovej dĺžke  $\lambda$  (alebo filtri), v ktorej sústavu pozorujeme. Ak sú teploty zložiek rovnaké, napr. pri kontaktných dvojhviezdach, hĺbka zákrytov (miním) je prakticky rovnaká.
- *Pomer polomerov zložiek k veľkej polosi  $R_{1,2}/a$* : Ak sú polomery zložiek zanedbateľne malé voči veľkej polosi  $a$ , môžeme ich modelovať guľami. S relatívnym zväčšovaním sa zložiek dochádza k ich vzájomnej deformácii a ich tvar je lepšie popísaný Rocheovým modelom. Ak sú zložky guľového tvaru, mimo zákrytov nepozorujeme zmeny jasnosti. V extrémnom prípade kontaktných dvojhviezd je zmena jasnosti spojitá a je často ťažké rozlíšiť okamihy kontaktov.

Jemné efekty ovplyvňujúce tvar svetelnej krivky sú:

- *Okrajové stemnenie*: Neostrý pokles do minima na svetelnej krivke spôsobuje prechod zakrývajúcej zložky popred miesta s rôznym okrajovým stemnením. Okrajové oblasti disku sú tmavšie ako stred, pretože sa na ne dívame pod väčším uhlom, čiže pri okraji disku pozorujeme žiarenie vychádzajúce z menších geometrických hĺbok. V prípade zákrytových dvojhviezd ide o jediné (okrem Slnka a niekoľkých najbližších hviezd pozorovaných interferometricky) priame a pomerne presné meranie okrajového stemnenia. Okrajové stemnenie sa prejaví pri tranzite zakrivením minima. Priebeh okrajového stemnenia závisí na fyzikálnych vlastnostiach fotosféry, ako sú opacita ( $\kappa_\lambda$ ), abundancie chemických prvkov, tlak elektrónov ( $P_e$ ), teplota ( $T_e$ ) a teplotný gradient  $dT/dr$ . Teoretické koeficienty okrajového stemnenia boli počítané napr. Claretom a Giménezom (1990), novšie u van Hammeho (1993) alebo Clareta (2004). Podrobne sú diskutované aj v prácach: Kopal (1959), Grygar (1965), Al-Naimiy (1978).
- *Gravitačné stemnenie*: Je spôsobené rotačne a slapovo deformovaným tvarom zložiek, čo má za následok rozdiely lokálneho gravitačného zrýchlenia  $g$  a tým pádom aj zmenu gradientu teploty vo vnútri hviezdy, čo sa prejaví zmenami v toku energie a to vedie k zmene povrchovej teploty. Možno ho všeobecne vyjadriť ako  $T = T_{\text{eff}}g^\beta$ . Koeficient gravitačného stemnenia je nezávislý od vlnovej dĺžky. Teoretické hodnoty exponentu  $\beta$  sú pre radiačné (žiarivé) obálky  $\beta = 0,25$  (von Zeipel, 1924) a  $\beta = 0,08$  pre konvektívne obálky (Lucy, 1967). O radiačnej obálke treba uvažovať, ak je efektívna teplota zložky  $T_{\text{eff}} > 7\,200$  K. Pri existencii plynných prúdov však môže koeficient gravitačného stemnenia nadobúdať aj hodnotu  $\beta > 0,25$ . Niekedy sa v literatúre uvádza aj koeficient  $\alpha$ , pre ktorý platí:  $\alpha = 4\beta$ , nakoľko vystupuje vo vzťahu  $T^4 = T_{\text{eff}}^4 g^\alpha$ . Rafert a Twigg (1980) ukázali na vybranej vzorke dvojhviezd priemernú hodnotu exponentu  $\alpha = 0,31$ .
- *Reflexný efekt*: Vzájomné ožarovanie sa zložiek tiež modifikuje lokálnu teplotu na ich povrchu. Energia dopadajúca na privrátené poglobule sa znovu vyžiari. Tento efekt prebieha kumulatívne, lebo zvýšená teplota na jednej zložke spôsobí spätne zvýšenie teploty na druhej zložke. Riešením je iterácia pri modelovaní (Kallrath & Milone, 1999). Reflexný efekt je pritom silnejší pri hviezdach s radiačným prenosom energie v obálke (albedo  $A \sim 1,0$ ), ako pri hviezdach s konvektívnymi obálkami (Rucinski, 1969b). Pri konvektívnych obálkach sa zhruba polovica energie preniesie do celej konvektívnej zóny a vyžiari aj mimo privrátených strán (albedo  $A \sim 0,56$ ).

- *Hviezdne škvrny*: Vo všeobecnosti sú to oblasti s teplotou inou, aká zodpovedá okolitej fotosfére. Pri zložkách dvojhviezd neskorých spektrálnych typov, kde rýchla rotácia a konvekcia v obálke indukujú silné magnetické polia sú hviezdne škvrny analógiou slnečných škvŕn. Iným druhom sú škvrny spôsobené prenosom hmoty v tesných dvojhviezdach. V chemicky pekulárnych hviezdach to však môžu byť oblasti s anomálnym chemickým zložením, prejavujúcim sa takisto zmenou lokálnej teploty. Prejavom povrchových škvŕn pri zákrytových dvojhviezdach je najmä asymetria svetelnej krivky (rozdiel jasnosti v maximách sa nazýva O'Connellov efekt) a jej modulácia vyvolaná časovou závislou viditeľnosťou škvŕny. Škvŕny sú priamo detekovateľné aj v profiloch spektrálnych čiar.

## 1.2.2 Klasifikácia zákrytových dvojhviezd

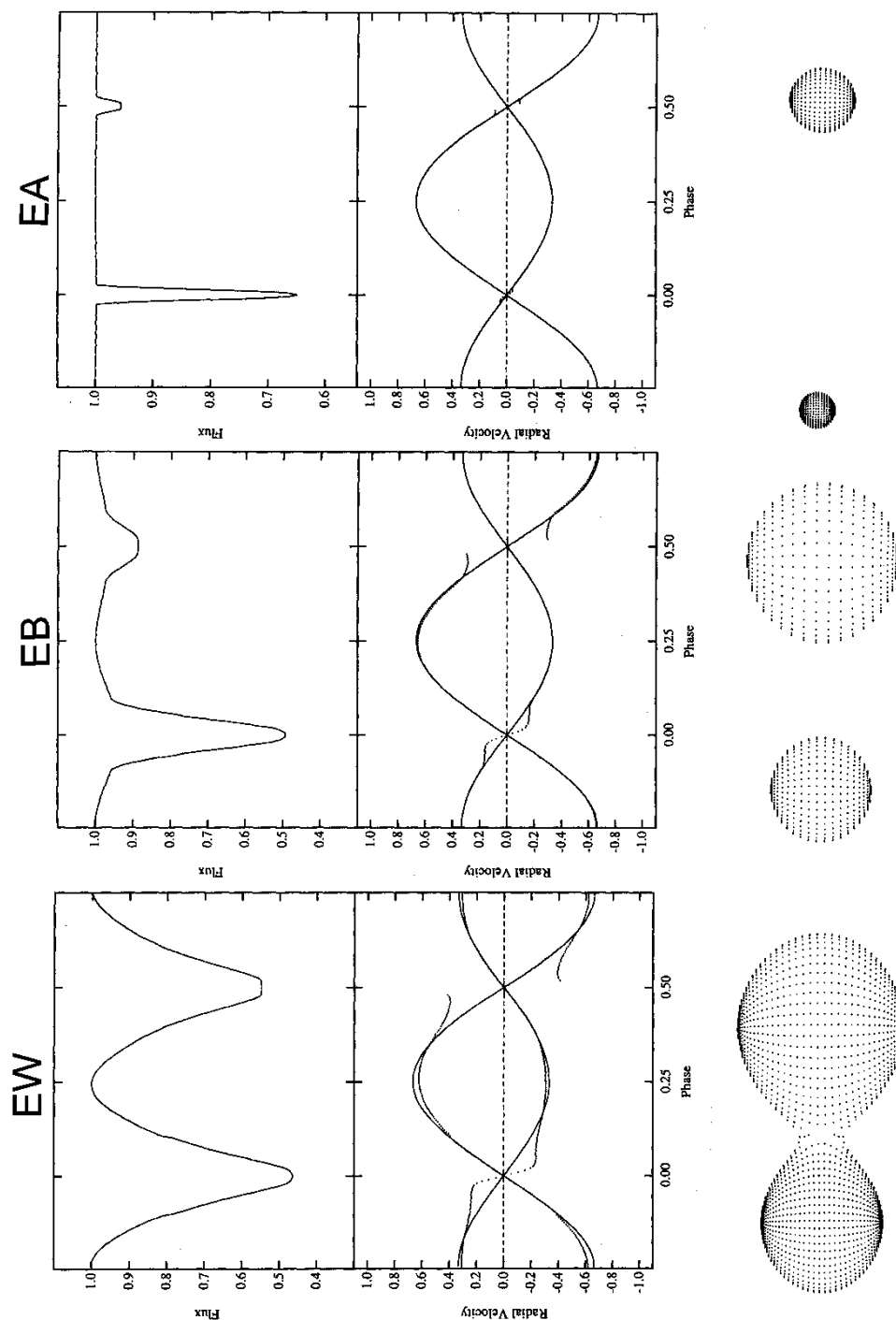
Zákrytovým dvojhviezdam hovoríme aj geometrické premenné hviezdy na rozdiel od fyzických premenných hviezd, kde príčinou zmien jasnosti sú napr. pulzácie alebo vzplanutia. Preto sú katalogizované vo všeobecnom katalógu premenných hviezd (GCVS). Podľa tvaru svetelnej krivky (Obrázok 3) je možné zákrytové dvojhviezdy rozdeliť do troch skupín:

- *Typ Algol* (EA) – v čase medzi zákrytmi zložiek je svetelný tok takmer konštantný, teda premenlivosť spôsobená efektom elipsovitosti alebo reflexným efektom je zanedbateľná. Kontakty sú dobre definované. Hĺbka míním môže byť aj niekoľko magnítud. Svetelná krivka zodpovedá zákrytovej dvojhviezde s oddelenými zložkami takmer sférického tvaru. Aj keď u asi polovice známych objektov môže ísť až o polodotykové sústavy. Evolučný stav sústavy môže byť veľmi rozdielny: dve zložky z hlavnej postupnosti ľubovoľného spektrálneho typu (napr. CM Lac); jedna alebo obe zložky vyvinuté, ale nevypĺňajúce Rocheov lalok (napr. AR Lac); jedna zložka vyvinutá a preplňajúca Rocheov lalok odovzdávajúca hmotu na nevyvinutú sekundárnu zložku (napr. RZ Cas, tzv. Algolu podobné); jedna zložka vysoko vyvinutá (horúci podtrpaslík alebo biely trpaslík) a druhá menej vyvinutá (napr. V1379 Aql), prípadne nevyvinutá (V471 Tau). Problém s triedou tzv. Algolu podobných hviezd je ten, že ak sú zákrytové, môžu mať svetelnú krivku typu EA aj EB (pozri nižšie), alebo nemusia vykazovať žiadne zákryty. Iróniou je, že samotný prototyp kategórie EB,  $\beta$  Lyrae, je dvojhviezda typu Algol. Orbitálne periódy sa pohybujú od zlomkov dní až po niekoľko rokov (konkrétne pri  $\epsilon$  Aur je  $P \cong 27$  rokov). V zákrytových dvojhviezdach často pozorujeme tzv. zdanlivé zmeny periódy spôsobené apsidálnym pohybom alebo obehom okolo tretej zložky. Takisto sa pozorujú aj sku-

točné zmeny periódy spôsobené stratou alebo prenosom hmoty (a následnou zmenou momentu hybnosti sústavy) alebo magnetickými cyklami podobnými slnečnému cyklu (Hall, 1990a).

- *Typ  $\beta$  Lyrae* (EB) – svetelná krivka sa spojitou mení medzi zákrytmi s ťažko špecifikovateľnými začiatkami a koncami jednotlivých zákrytov. Predpokladá sa, že sa jedná o zákrytové dvojhviezdy, kde jedna alebo obidve zložky majú veľmi elipsoidálny tvar. Jedna zložka ešte stále môže vypĺňať Rocheov lalok. Evolučne možno nájsť zložky patriace do hlavnej postupnosti, ale s relatívne krátkymi orbitálnymi periódami (napr. XY UMa); ak jedna alebo obe zložky sú vyvinuté, ale nevypĺňajú Rocheov lalok (napr.  $\zeta$  And); polodotykové sústavy s prebiehajúcim prenosom hmoty z vyvinutej zložky na nevyvinutú (napr.  $\beta$  Lyr) a konečne, dvojhviezdy s jednou vyvinutou elipsoidálnou zložkou a druhou v podobe horúceho podtrpaslíka alebo bieleho trpaslíka (napr. AP Psc).
- *Typ W UMa* (EW) – charakteristické sú spojitými zmenami svetelnej krivky, čo je dôsledok vysokej deformácie tvaru zložiek, a takmer rovnako hlbokými minimami, čo zodpovedá ich takmer rovnakej povrchovej teplote. Orbitálne periódy sa pohybujú od 5,2 hodiny po asi 1 deň. Napriek tomu, že pomer hmotností zložiek  $q = M_2/M_1 \neq 1$ , hviezdy majú rovnaké povrchové teploty, čo je v rozpore so vzťahom hmotnosť-svietivosť-polomer (MLR) pre hviezdy hlavnej postupnosti spaľujúce vodík. Rovnakú teplotu zložiek je možné vysvetliť prúdením a konvektívnym premiešavaním sa hmoty v rámci spoločnej obálky. Rozlišujú sa dve podtriedy (Binnendijk, 1957) A a W. Podtrieda A zodpovedá hmotnejším hviezdám skorších spektrálnych typov (A až F) s dlhšími periódami  $P \cong 0,4$  až  $0,8$  dňa (Mochnacki, 1985), hlbšie minimum je v tomto prípade tranzit (menšia zložka má o trochu nižšiu povrchovú teplotu). Podtyp W zodpovedá menej hmotným hviezdám neskorších spektrálnych typov (G až K) s kratšími orbitálnymi periódami  $P \cong 0,4$  až  $0,8$  dňa (Mochnacki, 1985). Hlbšie minimum tu zodpovedá okultácii, čiže zákrytu (menšia zložka má o čosi vyššiu povrchovú teplotu). Existujú niektoré sústavy, ktoré sa pravidelne transformujú z jednej podskupiny na druhú počas niekoľkých mesiacov alebo rokov (napr. TZ Boo). Zmeny periódy sa pozorujú u všetkých EW sústav. Pravdepodobne sú spojené s cirkuláciou hmoty, ktorá prenáša energiu z primárnej zložky na sekundárnu. Dlhodobá evolúcia by v tomto prípade viedla k predlžovaniu periódy, ak by sa hmota zo sústavy nestrácala. Zmeny periódy sú však komplikované a často s protichodnými znamienkami. Proti prenosu hmoty sa vyslovil aj van't Veer (1991), ktorý ukázal, že kladné a záporné skokové zmeny v perióde sú rozložené náhodne. Kontaktné dvojhviezdy sú známe napriek nízkej svietivosti aj v galaktických guľových hviezdokopách. Priestorové rozdelenie sústav

typu W UMa opravené o výberové efekty naznačuje, že ide o starú diskovú populáciu s typickým vekom okolo  $10^9$  rokov. Pravdepodobne vzišli z dvojhviezd typu RS CVn.



**Obrázok 3:** Prehľad jednotlivých typov svetelných kriviek, kriviek radiálnych rýchlostí a 3D modelov zodpovedajúcich zákrytovým dvojhviezdam pre typy Algol (EA),  $\beta$  Lyrae (EB) a W UMa (EW). Obrázok podľa manuálu k programu Binary Maker 2.0 (Bradstreet, 1993)

## 1.3 Spektroskopické dvojhviezdy

Štúdiom vzniku a tvaru jednotlivých spektrálnych čiar ako aj priebehom spojitého žiarenia sa zaoberá spektroskopia. Analýza hviezdnych spektier nám prináša veľké množstvo informácií o rotácii, chemickom zložení, teplote, tlaku v atmosférach hviezd, ale aj ich pohybe voči pozorovateľovi. Vďaka Dopplerovmu javu dokážeme merať rýchlosť hviezd v smere zorného lúča (radiálna rýchlosť). Svetlo zdroja (dvojhviezdy) je rozložené pomocou hranola, alebo difrakčnej mriežky (v súčasnosti častejšie) na „jednotlivé“<sup>12</sup> vlnové dĺžky. Rozlišovacia schopnosť  $R$  spektrografu je definovaná ako:

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \quad (7)$$

V praxi sa za  $\Delta\lambda$  berie polšírka (FWHM) inštrumentálneho profilu spektrografu. Pri  $R \sim 500$  hovoríme o nízkej, pri  $R \sim 5\,000$  o strednej a ak  $R > 20\,000$  ide o vysokú rozlišovaciu schopnosť (zvyčajne échelle spektra). V dôsledku orbitálneho pohybu sa jednotlivé čiary zložiek pohybujú okolo strednej (pokojovej) vlnovej dĺžky  $\lambda_0$  vplyvom Dopplerovho efektu:

$$\frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \sqrt{\frac{1 + RV/c}{1 - RV/c}} \quad (8)$$

Ak chceme určiť radiálne rýchlosti  $RV$  (zložky celkovej rýchlosti hviezd v smere zorného lúča) zložiek čo najpresnejšie, je potrebné vybrať si dobre definované spektrálne čiary.

V súčasnosti radiálnu rýchlosť už obyčajne nemeriame z posunu jednej alebo niekoľkých čiar, ale využívame informáciu z dlhšieho úseku spektra. Klasickým prístupom je metóda<sup>13</sup> kroskorelácie, kedy radiálnu rýchlosť určíme z kroskorelačnej funkcie (CCF) kroskoreláciou spektra študovaného objektu so spektrom štandardnej hviezd podobeného spektrálneho typu. Modernejším prístupom je určenie radiálnej rýchlosti z tzv. funkcie rozšírenia (BF, z angl. „broadening function“). Tú je možné vypočítať dekonvolúciou spektra študovaného objektu so spektrom pomaly rotujúcej štandardnej hviezd podobeného spektrálneho typu.

<sup>12</sup> V skutočnosti ide skôr o intervaly vlnových dĺžok s rozmerom definovaným rozlišovacou schopnosťou spektrografu.

<sup>13</sup> Pozri kapitolu 1.3.1

### 1.3.1 Určovanie radiálnych rýchlostí (CCF a BF)

Porovnávaním spektier objektov s porovnávacím spektrom napr. železného oblúku (so známymi vlnovými dĺžkami spektrálnych čiar) je možné priradiť správnu vlnovú dĺžku k dĺžkovej súradnici spektra objektu. Šírka spektrálnych čiar objektu porovnávaná voči štandardu zodpovedala rotačnej rýchlosti hviezdy, kým poloha spektrálnej čiary zodpovedala radiálnej rýchlosti hviezdy. Ak by sme zlogaritmovali rovnicu (8), dostaneme:

$$\ln\left(\frac{\lambda}{\lambda_0}\right) = \ln \lambda - \ln \lambda_0 = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{1 + RV/c}{1 - RV/c}\right) \approx \ln(1 + RV/c) \quad (9)$$

pre  $RV \ll c$ . Čiže môžeme predpokladať rovnomerný posun spektrálnych čiar spôsobený orbitálnym pohybom zložky dvojhviezdy nezávislý na  $\ln(\lambda)$ . Pri platnosti tohto predpokladu môžeme použiť metódu CCF.

Všeobecne je kroskorelačná funkcia  $c(x)$  nezávislej premennej  $x$  medzi dvoma funkciami  $f(k)$  a  $g(k)$  závislej premennej  $k$  definovaná:

$$c(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(k)g(k-x)dk \quad (10)$$

Ide teda vlastne o výpočet konvolúcie dvoch spektier, ktoré sú navzájom posunuté o hodnotu  $x$  (vlnovú dĺžku, od ktorej je hodnota CCF funkcie výrazne závislá). Najvyššia hodnota CCF funkcie nastáva, ak  $x = \ln(1 + RV/c)$ . Po prvý raz bola táto metóda navrhnutá na použitie v astronomickej spektroskopii Fellgettom (1953) a implementovaná Griffinom (1967).

Dvojrzmerná CCF metóda pre simultánny výpočet radiálnych rýchlostí zložiek spektroskopickéj dvojhviezdy s rôznymi spektrálnymi typmi je diskutovaná podrobne v práci Zuckera a Mazeha (1994). Nevýhodou CCF je skutočnosť, že porovnávacie spektrum tiež rozširuje výsledný profil funkcie a môžu sa objaviť aj postranné maximá spôsobené náhodnou zhodou čiar v pozorovanom a porovnávacom spektre.

Pod funkciou rozšírenia (BF) budeme v tejto práci myslieť konkrétne závislosť intenzity žiarenia objektu na radiálnej rýchlosti. Rucinski (1992) definoval BF, tak že platí:

$$g(\lambda) = B(\lambda) * f(\lambda) \quad (11)$$

kde  $B(\lambda)$  je funkcia rozšírenia a  $f(\lambda)$ ,  $g(\lambda)$  sú funkcie podľa rovnice (11) a  $g(\lambda)$  zodpovedá pozorovanému spektru, kým  $f(\lambda)$  porovnávaciemu spektru. Ak pozorované

spektrum zodpovedá dopplerovsky posunutému porovnávaciemu spektru,  $B(\lambda)$  má tvar Diracovej delta funkcie.

Na odstránenie konvolúcie z rovnice (11) je možné použiť Fourierovu transformáciu:

$$\begin{aligned} F(k) &= \mathcal{F}[f(x)](k) \stackrel{\text{def}}{=} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-2\pi i k x} dx \\ f(x) &= \mathcal{F}^{-1}[F(k)](x) \stackrel{\text{def}}{=} \int_{-\infty}^{\infty} F(k) e^{2\pi i k x} dk \end{aligned} \quad (12)$$

takže potom:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}[g(\lambda)] &= \mathcal{F}[B(\lambda)] \cdot \mathcal{F}[f(\lambda)] \\ B(\lambda) &= \mathcal{F}^{-1} \left\{ \frac{\mathcal{F}[g(\lambda)]}{\mathcal{F}[f(\lambda)]} \right\} \end{aligned} \quad (13)$$

V praxi sa však dekonvolúcia vo Fourierovom priestore neosvedčila (Rucinski, 1992).

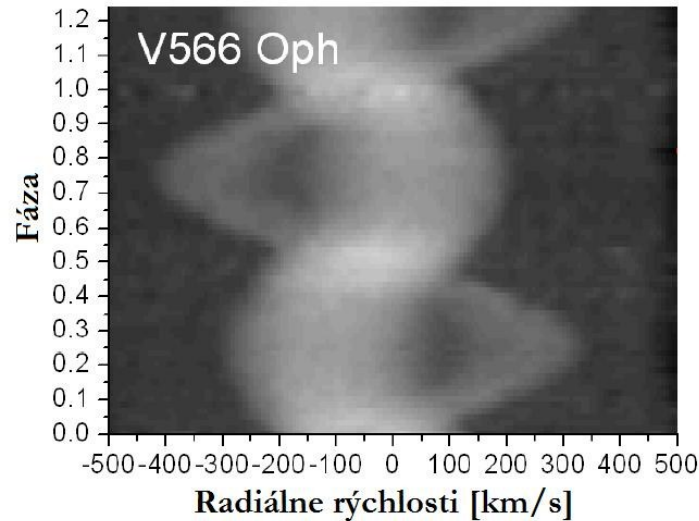
Keďže BF je nenulová len v malom počte pixlov (rádovo  $m \sim 200$ ) a celé spektrum obsahuje omnoho viac pixelov ( $n$ , rádovo tisíce), je potrebné túto informáciu vtesnať do matice zobrazenia, tzv. „design matrix“  $D(m, n)$  (Rucinski, 1999). Výsledkom je sústava rovníc:

$$D(m, n) \cdot B(m) = g(n) \quad (14)$$

SVD metóda umožňuje rozdeliť akúkoľvek maticu na súčin troch matíc (Press et al., 1992):  $D = U \cdot W \cdot V^T$ , kde matice  $U, V$  sú ortonormálne ( $U \cdot U^T = V \cdot V^T = I$ ,  $I$  je diagonálna jednotková matica) a matica  $W$  je diagonálna štvorcová matica. Ak zadefinujeme maticu inverzných hodnôt  $W1$  tak, aby  $\forall i: W1_{ii} = 1/W_{ii}$ , BF je možné vypočítať (Rucinski, 1999):

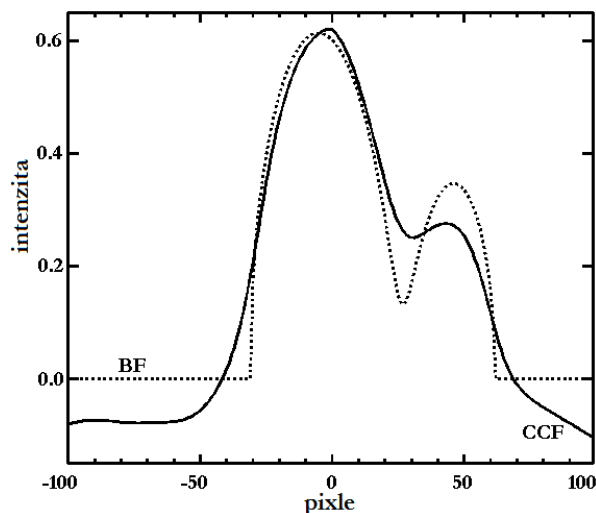
$$B = V \cdot W1 \cdot (U^T \cdot P) \quad (15)$$

Singulárne hodnoty matice sú dôležité pre riešenie BF. Najvýznamnejšie hodnoty má len niekoľko prvých zložiek. Pretože riešenie obsahuje ich obrátené hodnoty, posledné zložky matice by spôsobili iba zbytočné zašumenie výsledku. Štandardne sa preto zvykne použiť iba prvých  $k$  hodnôt, a parameter  $k$  sa označuje ako rád riešenia. Rucinski (1999) udáva, že kvalita riešenia je najvyššia už pre  $k \sim 12 - 15$ . Vyššia hodnota  $k$  zlepšuje rozlíšenie výslednej BF a štandardne sa používa  $k \sim 20 - 30$ . Zoradením všetkých BF v konkrétnych fázach za sebou, dostaneme fázový vývoj sústavy (Obrázok 4).



**Obrázok 4:** Mapovanie radiálnych rýchlostí pre hviezdu V566 Oph. Intenzita zodpovedá hodnote funkcie rozšírenia. Obrázok podľa práce Pribullu a Rucinského (2008).

Rucinskeho metóda poskytuje dobré rozlíšenie a je málo citlivá na prirodzené rozšírenie spektrálnych čiar (Rucinski, 2005). V porovnaní BF na obrázku 5 s metódou CCF dáva aj presnejšie výsledky: vzájomné rozdelenie profilov zložiek vplyva na určenie merania radiálnych rýchlostí a teda spektroskopického pomeru hmotností  $q_{sp}$  a tiež úroveň základne vplyva na určenie relatívnych svietivostí zložiek dvojhviezdy. Kým metóda CCF sa snaží skombinovať rotačne rozšírené spektrum pozorovanej dvojhviezdy, BF metóda sa snaží odobrať vplyv rotačného rozšírenia (Rucinski, 2002).



**Obrázok 5:** Porovnanie vyextrahovaných funkcií kroskorelácie (CCF) a rozšírenia (BF) pre modelový prípad porovnávacieho spektra a nezašumeného syntetického spektra pozorovanej dvojhviezdy (Rucinski, 1999). Dva výrazné profily predstavujú jednorozmerný obraz zložiek dvojhviezdy videné vo fáze okolo 0,25. Os x je možné udávať v pixloch (CCD čipu) alebo prepočítať na radiálne rýchlosti RV.

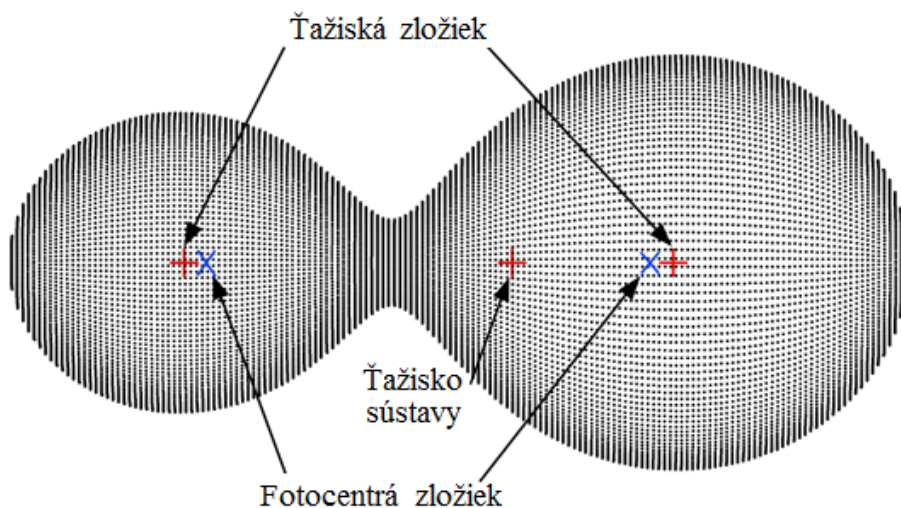
### 1.3.2 Krivka radiálnych rýchlostí

Časovú (alebo fázovú) závislosť radiálnej rýchlosti hviezdy nazývame krivka radiálnych rýchlostí (Obrázok 3, spodný panel grafov). Z amplitúd jej zmien je možné určiť spektroskopicky pomer hmotností dvojhviezd (kapitola 1.4).

Radiálne rýchlosti sú na krivke radiálnych rýchlostí vyjadrené v  $\text{km}\cdot\text{s}^{-1}$ , pričom kladné hodnoty zodpovedajú hviezde vzdalujúcej sa od pozorovateľa (červený Dopplerov posun v spektrách) a naopak. Obidve zložky obiehajú ťažisko sústavy tak, že ťažisko sústavy leží na spojnici stredov hviezd. Z definície ťažiska platí  $M_1 r_1 = M_2 r_2$ , pričom každá hviezda prekoná celú svoju obežnú dráhu za tú istú orbitálnu periódu  $P$ . Pre kruhové dráhy tak platí:

$$P = \frac{2\pi r_1}{v_1} = \frac{2\pi r_2}{v_2} \quad (16)$$

Teda  $r_1/r_2 = v_1/v_2 = M_2/M_1 = q$ . Zvyčajne uvažujeme dva typy kriviek radiálnych rýchlostí: krivku zodpovedajúcu pohybu ťažiska sústavy (barycentra) a krivku zodpovedajúcu pohybu fotocentra<sup>14</sup>. Sféricke hviezdy majú fotocentrum zložky totožné s ťažiskom, situácia sa mení keď sa vyplnia Rocheove laloky (Obrázok 6).



**Obrázok 6:** K vysvetleniu rôznych amplitúd barycentrických a fotocentrických kriviek radiálnych rýchlostí. Obrázok podľa manuálu k programu Binary Maker 2.0 (Bradstreet, 1993).

Hlavné rozdiely medzi obidvoma typmi kriviek nastanú počas zákrytov<sup>15</sup> ( $\varphi = 0,00$  a  $\varphi = 0,50$ ), kedy je veľká časť zložiek zakrytá a fotocentrum viditeľného povrchu

<sup>14</sup> V spektrách pozorujeme fotocentrické radiálne rýchlosti.

<sup>15</sup> tzv. Rossiterov-McLaughlinov (RM) efekt

vôbec nezodpovedá ťažisku hviezd. Menšie rozdiely nastávajú počas kvadrátúr ( $\varphi = 0,25$  a  $\varphi = 0,75$ ), kde zložky dosahujú extrém radiálnych rýchlostí. Pretože fotocentrum zložky je k ťažisku sústavy bližšie ako ťažisko hviezd (Obrázok 6), amplitúdy krivky fotocentrických radiálnych rýchlostí sú nižšie.

### 1.3.3 Rozmotávanie spektier

Pod pojmom rozmotávanie spektier sa myslí technika, ktorá dokáže z pozorovaného spektra získať spektrá jednotlivých zložiek viacnásobnej sústavy a určiť radiálne rýchlosti bez použitia porovnávacieho štandardného spektra.

Najjednoduchšou metódou je priame rozloženie spektier zákrytovej spektroskopkej dvojhviezdy. Počas zákrytu je možné pozorovať spektrum jednej zložky, ktoré sa následne odčíta od spoločného spektra oboch zložiek, čím dostávame spektrum zákrytovej zložky (Ferluga et al., 1997). Rozptyl pozorovaní však vnáša značné neistoty do výsledku.

Prvá metóda, ktorá dovolila simultánne zistiť radiálne rýchlosti zložiek a získať zároveň ich oddelené spektrá bola navrhnutá Simonom a Sturmom (1994) v doméne vlnových dĺžok numericky pomocou SVD. Analytickým riešením s použitím Fourierovej transformácie sa zaoberal Hadrava (1995). Jeho metóda je implementovaná v programoch FOTEL a KOREL.

## 1.4 Určenie fyzikálnych parametrov dvojhviezd

Analýzou spektier dvojhviezd s dostatočnou disperziou môžeme získať radiálne rýchlosti zložiek. Časovej závislosti radiálnej rýchlosti hovoríme krivka radiálnych rýchlostí. Vo všeobecnosti pre radiálnu rýchlosť primárnej ( $RV_1$ ) resp. sekundárnej zložky ( $RV_2$ ) platí (Binnendijk, 1960):

$$\begin{aligned} RV_1 &= V_0 - K_1[\cos(v + \omega_\pi) + e \cos(\omega_\pi)] \\ RV_2 &= V_0 + K_2[\cos(v + \omega_\pi) + e \cos(\omega_\pi)] \end{aligned} \quad (17)$$

kde  $V_0$  je radiálna rýchlosť ťažiska sústavy,  $v$  je pravá anomália,  $\omega_\pi$  je dĺžka periastra dráhy,  $e$  je excentricita. Z poloamplitúd kriviek radiálnych rýchlostí  $K_{1,2}$  možno potom určiť minimálne hmotnosti zložiek:

$$M_{1,2} \sin^3 i = \frac{1}{2\pi G} \sqrt{(1 - e^2)^3} (K_1 + K_2)^2 K_{2,1} P \quad (18)$$

Pre projekcie veľkých polosí dráh zložiek platí:

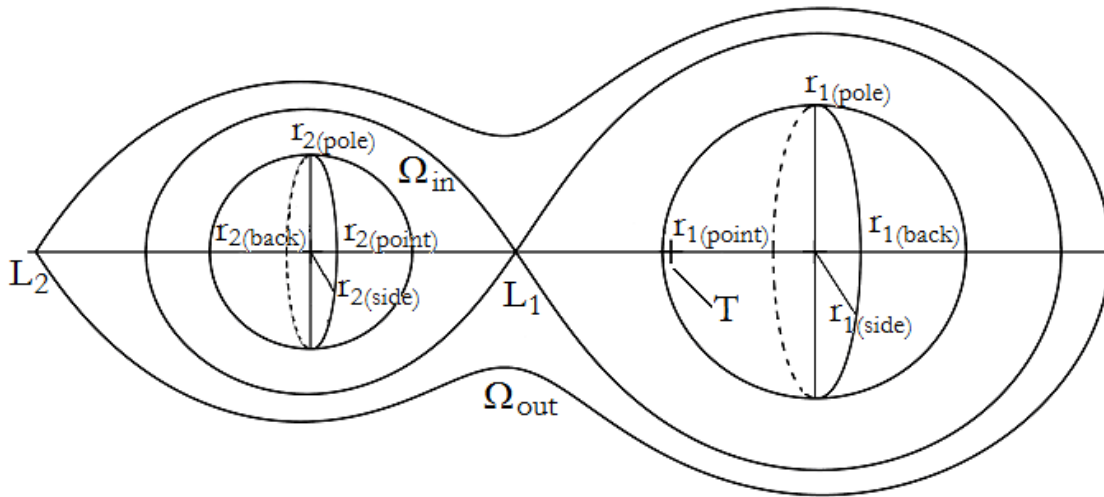
$$a_{1,2} \sin i = \frac{\sqrt{1-e^2}}{2\pi} K_{1,2} P \quad (19)$$

Ak modelovaním pozorovaných svetelných kriviek získame sklon dráhy  $i$ , z predchádzajúcich vzťahov môžeme potom určiť skutočné hmotnosti zložiek, celkovú hmotnosť sústavy ale aj veľkú polos  $a$ . Pomer hmotností zložiek však môžeme určiť už z pomeru polamplitúd zmien radiálnych rýchlostí aj bez znalosti sklonu dráhy:

$$q = \frac{M_2}{M_1} = \frac{K_1}{K_2} \quad (20)$$

Ďalším dôležitým parametrom sú polomery zložiek. Riešenie svetelných kriviek nám pritom umožňuje určiť len relatívne polomery, čiže pomery polomerov voči veľkej polosí  $\mathcal{R}_{1,2}/a$ . Bez spektroskopických pozorovaní nám tak chýba dĺžková škála. Ak sa jedná o tesnú dvojhviezdu, ktorej zložky sú deformované (Obrázok 7), je treba uvažovať ich stredné polomery. Zvyčajne sa uvažuje stredný polomer  $\bar{r}$  na základe celkovej plochy povrchu  $A'$ , alebo celkového objemu  $V$  zložky:

$$\bar{r} = \sqrt{\frac{A'}{4\pi}} \text{ alebo } \bar{r} = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} \quad (21)$$



**Obrázok 7:** Rôzne definované polomery zložiek dvojhviezd. Bod T je ťažisko sústavy. Polárny polomer (z angl. „pole“) smeruje kolmo k rovine obežnej dráhy, bodový („point“) k lagrangeovmu bodu  $L_1$ , kým zadný („back“) presne opačne. Postranný polomer („side“) doplní pravouhlu sústavu polomerov. Primárna zložka (hmotnejšia) je indexovaná jednotkou.

Tzv. absolútny polomer  $\mathcal{R}$  možno vyjadriť (ak poznáme skutočnú veľkosť veľkej polosi  $a$ ) ako  $\mathcal{R} = a\bar{r}$ . Potom pre povrchové gravitačné zrýchlenie platí:

$$g = G \frac{M}{R^2} = G \frac{M \times \mathcal{M}_\odot}{(\mathcal{R} \times \mathcal{R}_\odot)^2} \quad (22)$$

Ďalšími dôležitými parametrami sú svietivosti zložiek. Pre všeobecný tvar zložky možno odvodiť jej svietivosť, kde  $\vec{r}_s$  je polomer zložky v danom smere k elementárnej ploche  $ds'$ :

$$\mathcal{L} = \sigma \int_{s'} T_{\text{eff}}^4(\vec{r}_s) ds' \quad (23)$$

a potom absolútnu bolometrickú magnitúdu:

$$M^{\text{bol}} = M_\odot^{\text{bol}} - 2,5 \log\left(\frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L}_\odot}\right) = M_\odot^{\text{bol}} - 5 \log\left(\frac{R}{\mathcal{R}_\odot}\right) - 10 \log\left(\frac{T}{T_\odot}\right) \quad (24)$$

V prípade, ak v spektre pozorujeme len jednu zložku (tzv. SB1 dvojhviezdy) a určíme zodpovedajúcu poloamplitúdu zmien radiálnej rýchlosti, môžeme vypočítať iba tzv. funkciu hmotnosti:

$$f(M_1, M_2, i) = \frac{(M_2 \sin i)^3}{(M_1 + M_2)^2} = \frac{(a_1 \sin i)^3}{p^2} \quad (25)$$

Ak pritom z fotometrie poznáme pomer hmotností  $q$  a sklon dráhy  $i$ , pre hmotnosti platí:

$$M_2 = \frac{\left(1 + \frac{1}{q}\right)^2}{\sin^3 i} f(M_1, M_2, i) \quad (26)$$

$$M_1 = \frac{1}{q} M_2 \quad (27)$$

Hľadaním extrémů súčtu hmotností zložiek nájdeme spodný limit pre hmotnosť druhej zložky (bez radiálnej rýchlosti) ako:  $M_2 \geq f(M_1, M_2, i)$ .

## 1.5 Fyzikálne procesy v tesných dvojhviezdach

### 1.5.1 Prenos hmoty a energie medzi zložkami

Orbitálny pohyb polodotykovvej sústavy môže zabrániť plynu unikajúceho z nafúknutej sekundárnej zložky (väčšej) dopadnúť priamo na primárnu hviezdu. To sa stáva v prípade, ak je polomer primárnej zložky (kompaktnej) menší ako 5% zo vzdialenosti medzi zložkami ( $R_1 \leq 0,05a$ )<sup>16</sup>. Vtedy sa prúd hmoty vplyvom Coriolisovej sily vyvolanej orbitálnym pohybom zložiek sformuje do tenkého akrečného disku zloženého z horúceho plynu v rovine obežnej dráhy. Kvôli viskozite stráca disk kinetickú energiu, ktorú premieňa na tepelný pohyb a častice sa po špirále pohybujú k primárnej zložke. Hlavné fyzikálne mechanizmy spôsobujúce viskozitu v disku sú zatiaľ neprebádané. Vzájomné silové pôsobenie častíc je však zanedbateľné. Medzi ďalšie možnosti patria náhodný pohyb plynu, ako napríklad turbulencie spôsobené tepelnou konvekciou, alebo magnetohydrodynamickou (MHD) nestabilitou (magnetické polia interagujúce s diferenciálne rotujúcim diskom). Isté však je to, že počas špirálovania k povrchu hviezdy sa plyn zahrieva premenou potenciálnej energie na kinetickú a následne kinetickú energiu na tepelnú.

Ako hmota preteká z jednej zložky na druhú, mení sa pomer hmotností. Výsledné prerozdelenie momentu hybnosti ovplyvňuje orbitálnu periódu sústavy a vzájomnú vzdialenosť zložiek  $a$ . Ak zanedbáme malý príspevok rotácie hviezdy do celkového momentu hybnosti, pre kruhovú dráhu dostávame časovú deriváciu:

$$\dot{L} = \frac{d}{dt} (\mu \sqrt{GMa}) \quad (28)$$

kde  $M = M_1 + M_2$  je celková hmotnosť sústavy a  $\mu = M_1 M_2 / M$  je redukovaná hmotnosť. Ak by sme predpokladali, že gravitačným žiarením a hviezdnyimi vetrami sa neodnáša moment hybnosti, platí  $\dot{L} = 0$  a tiež  $\dot{M} = 0$ . Dosadením a zderivovaním predošlého výrazu dostaneme:

$$\frac{\dot{a}}{a} = 2\dot{M}_1 \frac{M_1 - M_2}{M_1 M_2} \quad (29)$$

kde  $\dot{M}_1 = -\dot{M}_2$ . Z tretieho Keplerovho zákona pre uhlovú rýchlosť sústavy platí  $\omega \propto a^{-3/2}$ , preto

$$\frac{\dot{\omega}}{\omega} = -\frac{3}{2} \frac{\dot{a}}{a} \quad (30)$$

<sup>16</sup>Pozri(Ostlie & Carroll, 2006, p.661)

Čiže s rastúcou vzájomnou vzdialenosťou zložiek  $a$ , klesá uhlová rýchlosť  $\omega$  a naopak. Je zrejmé, že so zväčšením vzdialenosti  $a$  sa predĺži aj orbitálna perióda  $P$ :

$$\frac{\dot{P}}{P} = 3\dot{M}_1 \frac{M_1 - M_2}{M_1 M_2} \quad (31)$$

Vo väčšine prípadov však dochádza k strate hmotnosti pri prenose hmotnosti (a tým aj k strate momentu hybnosti). Takýto nezachovávaný (nekonzervatívny) prenos hmotnosti môže byť spôsobený viacerými mechanizmami:

- Hviezdne vetry, bez ohľadu na to, či darcovská hviezda vyplňa svoj Rocheov lalok.
- Udalosti, pri ktorých dôjde k náhlemu pretečeniu Rocheovho laloku (cez Lagrangeov libračný bod  $L_2$ )
- Náhle katastrofické straty hmotnosti (jedna zo zložiek vzplanie ako nova alebo supernova)

Celkovú zmenu periódy spôsobenú prenosom hmotnosti a stratou hmotnosti prostredníctvom izotropného hviezdneho vetra z vyvinutej zložky a pretekaním Rocheovho laloku možno vyjadriť :

$$\frac{\dot{P}}{P} = -\frac{2\dot{M}}{M} - \frac{3\dot{M}_2(M_1 - M_2)}{M_1 M_2} + 3K \quad (32)$$

kde prvý člen zodpovedá strate hmotnosti hviezdnyim vetrom a  $\dot{M} = \dot{M}_1 + \dot{M}_2$ . Parameter  $K$  zodpovedá prípadnému ďalšiemu mechanizmu, napr. magnetickému brzdeniu (van't Veer & Maceroni, 1992).

## 1.5.2 Povrchová aktivita

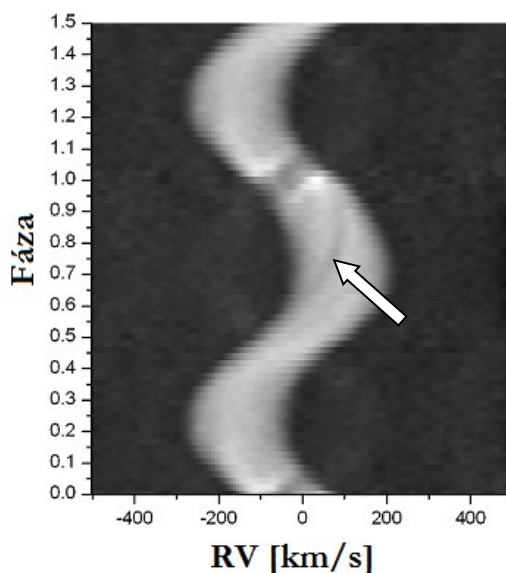
Podobne ako aj naše Slnko vykazuje aktivitu na rôznych časových a priestorových škálach, je rozumné predpokladať, že aj vzdialené hviezdy sa chovajú podobne. K povrchovej aktivite možno pripísať napr. hviezdne škvrny (typické pre sústavy typu RS CVn), vzplanutia, ktoré pravdepodobne podstupujú podobné cykly ako je napr. jedenásťročný a 22-ročný slnečný cyklus. V neposlednom rade je nutné spomenúť zákrytové sústavy s pulzujúcou zložkou (ktorá sa prejaví práve počas zákrytu).

Premenné hviezdy typu RS CVn boli po prvý krát definované Hallom (1976) ako dvojhviezdy, kde horúcejšia zložka je spektrálneho typu F alebo G a v spektre ukazujú H a K čiary Ca II silnú emisiu v každej fáze, nielen pri zákrytoch. Vo všeobecnosti ma-

jú aspoň jednu zložku hviezd mimo hlavnej postupnosti, ktorá však nevyplňa Rocheov lalok, emitujú silné röntgenové, rádiové a ďaleké UV žiarenie. Silnými vetrami strácajú hmotu a pravdepodobne u nich dochádza k magnetickým cyklom podobným slnečnému cyklu. Ich periódy sú premenlivé. Vizuálne zmeny amplitúd sa pohybujú do zhruba 0,6 mag. Škvrnny na týchto hviezdach zaberajú veľkú časť povrchu a hviezdy vykazujú chromosférickú aktivitu. Tá je dôsledkom dynamo efektu, ktorý vzniká kombináciou rýchlej rotácie a hlbokaj konvektívnej zóny. Na svetelnej krivke vidno medzi zákrytmi zvlnenie odpovedajúce práve veľkorozmernej chladnej škvrne. Táto vlna sa zvyčajne pomaly pohybuje vo fázach v dôsledku zmeny polohy škvrny často vyvolanej diferenciálnou rotáciou.

V katalógu GCVS sa klasifikácia RS objavuje raz medzi erupčivými premennými hviezdami, druhý krát medzi tesnými zákrytovými dvojhviezdami. Obidve klasifikácie sú zavádzajúce. Po prvé, mechanizmom premenlivosti je v skutočnosti rotačná modulácia v dôsledku nerovnakej jasnosti povrchu spôsobenou prítomnosťou chladných škvŕn rozložených nerovnomerne pozdĺž hviezdnej šírky. Po druhé, viac ako polovica objektov klasifikovaných ako RS v katalógu GCVS nie sú zákrytové dvojhviezdy.

Fotosférické škvrnny sa prejavujú na svetelných krivkách zákrytových dvojhviezd nerovnakou jasnosťou maxim (O'Connellov efekt). Hviezdna škvrna je oblasť na povrchu s vyššou alebo nižšou teplotou, ako je teplota okolitej fotosféry. Jej prítomnosť preto modifikuje celkový tok z hviezdy (Obrázok 8).



**Obrázok 8:** Prítomnosť tmavej škvrny (šípka) na primárnej hviezde v sústave XY UMa sa prejaví aj v BF zoradených vo fáze. Jej posun je prejavom rotácie hviezdy. Sekundárna zložka je slabo viditeľná a prechádza popred primárnu vo fáze  $\phi = 1,0$ . Obrázok prevzatý z práce Pribulla et al. (2007).

V prípade slnečnej analógie by sme mali očakávať magnetické škvrny ako dôsledok konvekcie do vonkajšej obálky a diferenciálnej rotácie. Základný historický a technický pohľad možno nájsť v práci Poe a Eaton (1985) alebo novšie v Linnell (1993). V poslednej menovanej sú škvrny definované pomocou parametrov: hviezdna šírka  $\theta_s$  a dĺžka  $\lambda_s$  (stredú škvrny), uhlový polomer  $\rho_s$  (meraný od stredú hviezdy) a teplotný faktor  $t_f$  (pomer lokálnej teploty škvrny a okolitej teploty). Niekde sa v literatúre možno stretnúť aj s tzv. doplnkovou šírkou  $\theta'_s = 90^\circ - \theta_s$ . Tieto zjednodušenia používa aj WD kód (Wilson & Devinney, 1971). Mierne realistickejší je prístup Hilla a Rucinského (1993), ktorí počítajú s eliptickými škvrnami (miesto  $\rho_s$  používajú parameter veľkej polosi  $a$ ). Existencia škvŕn môže byť odhalená napríklad ak:

- Zákrytová dvojhviezda má nesymetrickú svetelnú krivku
- Okamihy minimím závisia na vlnovej dĺžke filtra, cez ktorý sústavu pozorujeme
- V profile spektrálnej čiary alebo v profile BF sú deformácie

Pri pomaly rotujúcich hviezdach spektrálneho typu A sa vyskytujú zvláštnosti (pekuliarita) v chemickom zložení ich atmosféry, ktoré sú spôsobené žiarivou separáciou rôznych prvkov, čo vedie k atypickým abundanciám prvkov. V mnohých prípadoch sú prítomné aj silné magnetické polia, ktorých magnetická os nie je totožná s rotačnou osou, čo sa prejaví v spektrách ale aj v zmene jasnosti hviezdy.

### 1.5.3 Zákrytové dvojhviezdy s pulzujúcimi zložkami

Hviezdne pulzácie sú veľmi častou príčinou zmien jasnosti hviezd. Pri nich totiž dochádza k zmene polomeru (*radiálne pulzácie*) alebo tvaru hviezdy (*neradiálne pulzácie*). Predpokladá sa, že v Galaxii sa vyskytuje niekoľko miliónov pulzujúcich hviezd. Poloha týchto hviezd na H-R diagrame (tzv. pás nestability) naznačuje, že v prípade ich pulzácie ide o prechodný evolučný stav (Obrázok 9).

V čiastočne ionizovanej oblasti stlačený plyn môže ionizovať aj bez zvýšenej okolitej teploty. Malý nárast teploty a nárast hustoty zvýšia Kramersovu opacitu  $\kappa$ . Pri expanzii sa zasa teplota nezníži, ako by sa očakávalo, ale ióny rekombinujú a uvoľnia energiu. Pri tom sa hmota pohybuje hore a dolu. Pri pulzáciách rozlišujeme dva základné módy:

- *g-módy* – zdrojom pulzácií je gravitácia ako navracajúca sila. Tieto módy sú tvorené vnútornými gravitačnými vlnami prepojenými so vztlakovou silou pôsobiacou na hviezdnu hmotu, ktorá sa premiestňuje neradiálne.

- *p-módy* – navracajúcou silou v tomto prípade je tlaková sila, ktorá vytvára zvukové vlny stláčaním alebo rozpínaním plynu. Tie sa dokážu šíriť radiálne aj horizontálne. Na ich popis je potrebné zaviesť dve čísla:  $l$  a  $m$ , ktoré popisujú na koľko oblastí je oscilujúci povrch hviezdy rozdelený. Na rozhraní týchto oblastí sa nachádza tzv. uzlová kružnica, ktorá nepulzuje. Susedné oblasti pulzujú v opačnom smere. Vyššie harmonické frekvencie sa spravidla označujú číslom, napr.  $p_1$ . Pre  $m$  rôzne od nuly sa pulzácie pohybujú pozdĺž rovnobežky po povrchu hviezdy buď v smere rotácie hviezdy (prográdne módy), alebo v protismere (retrográdne módy). Radiálny mód ( $l = m = 0$ ) spôsobuje, že sa celý povrch hviezdy rovnomerne rozpína (pri zachovaní sféricosti), alebo zmršťuje.

Základný smer symetrie pulzácií je určený rotačnou osou hviezdy. Pulzácie sú sprevádzané spojitou zmenou jasnosti (priamoúmerne polomeru), povrchovej teploty (nepriamoúmerne polomeru), spektrálneho typu a radiálnej rýchlosti s rovnakou periodicitou. Perióda pulzov súvisí so strednou hustotou  $\bar{\rho} \propto M/\bar{r}^3$  hviezdy:

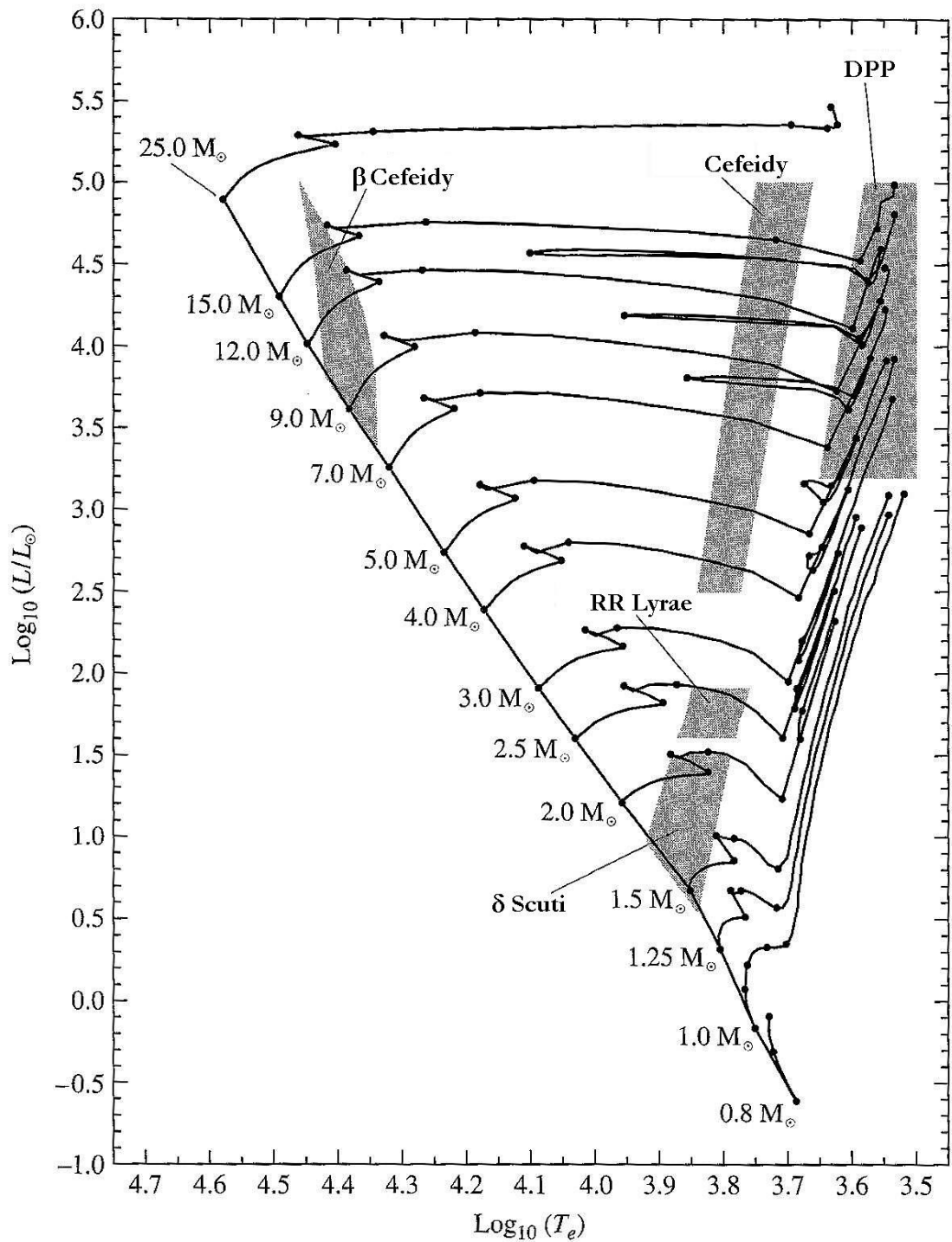
$$P_p \sim \frac{1}{\sqrt{G\bar{\rho}}} \quad (33)$$

Viacere teoretické modely predpovedajú výskyt vynútených oscilácií v tesných dvojhviezdach ako dôsledok rezonancie medzi gravitačnými slapovými silami a g-módmi stupňa  $l = 2$ . Willems a Aerts (2002) zistili, že amplitúdy radiálnych rýchlostí pulzácií sú vyššie pre hviezdy s excentrickými obežnými dráhami a tiež závisia od sklonu roviny obežnej dráhy  $i$ . Existujú však aj oscilácie v dlhoperiodických<sup>17</sup> dvojhviezdach. K nim patria napríklad hviezdy  $\alpha$  Cen A a  $\beta$  Cen. V ich prípade však neboli zatiaľ zistené žiadne fotometrické variácie a pravdepodobne ide o neradiálne p-módy.

Prehľad o pulzujúcich zložkách v zákrytových dvojhviezdach bol nedávno zverejnený Pigulským (2006). Hľadanie pulzujúcich zložiek dvojhviezd je inšpirované možnosťou použiť zákryt na zmapovanie neradiálnych módov pulzácií (Bíró & Nuspl, 2005), na to však treba veľký počet pozorovaní zákrytov. Taktiež možno študovať efekt slapového pôsobenia na módy pulzácií. Existujú hviezdy, ktorých módy sú blízke celočíselným násobkom orbitálnych períód (Handler et al., 2002), ktoré sa interpretujú ako slapovo vybudené.

Dvojhviezdy typu Algol s pulzujúcou (oscilujúcou) zložkou sa označujú ako oEA. Otázka, ktorá zo zložiek pulzuje môže byť zodpovedaná iba s dobre časovo rozlíšenou fotometriou alebo v prípade úplných zákrytov. Výskyt pulzujúcej zložky v dvojhviezde je dôležitý pre overenie teoretických modelov, keďže v prípade zákrytových spektroskopických dvojhviezd poznáme hmotnosť pulzujúcej zložky.

<sup>17</sup> Myslí sa tým, že ich orbitálna perióda je aspoň o 2 rády dlhšia, ako perióda oscilácií



**Obrázok 9:** H-R diagram spolu s vývojovými dráhami hviezd rôznych počiatkových hmotností s naznačenými oblasťami, v ktorých hviezdy v danom evolučnom štádiu pulzujú. DPP označuje dlhoperiodické premenné hviezdy (Ostlie & Carroll, 2006, p.490). Vývojové trajektórie podľa Schaller et al. (1992).

## 1.6 Stavba a vývoj tesných dvojhviezd

### 1.6.1 Paradox Algolu

Algol ( $\beta$  Per) je prvá objavená zákrytová dvojhviezda, aj keď v skutočnosti ide o trojhviezdnu sústavu. Zložky jeho tesnej dvojhviezdy sú podobor a hviezda hlavnej postupnosti. Klasická evolučná teória samostatných hviezd udáva, že dĺžka pobytu hviezdy na hlavnej postupnosti je nepriamo úmerná jej pôvodnej hmotnosti. Avšak v prípade Algolu je primárna (ťažšia) hviezda z hlavnej postupnosti a nie vyvinutý podobor. Riešenie tohto „paradoxu“ sa ponúka v prenose hmoty medzi jednotlivými zložkami.

### 1.6.2 Štádiá prenosu hmoty

Obidve hviezdy sústavy na začiatku ležia na hlavnej postupnosti a sú oddelené (teda nevyplňajú svoje Rocheove laloky). Hmotnejšia primárna zložka sa vyvíja rýchlejšie a začína vyplňovať svoj Rocheov lalok, sústava sa mení na polodotykovú. Pretože ďalšie rozpínanie obálky hviezdy je limitované gravitačným potenciálom, dochádza v ďalšom štádiu k prenosu hmoty cez Lagrangeov libračný bod  $L_1$ . Sekundárna zložka naberá na hmotnosti a získava aj moment hybnosti, obežná perióda klesá a zložky sa navzájom približujú. Na konci tohto štádia sa bývalá sekundárna zložka stáva primárnou (ťažšou). V tomto okamihu sa obežná perióda opäť predlžuje a hviezdy sa od seba mierne vzdávajú. Vyvinutejšia (už sekundárna) zložka sa však stále vyvíja rovnakým tempom. Jej vnútorné vrstvy atmosféry sa budú rozpínať a to podnieti ďalší pomalý prenos hmotnosti. Počas tejto výmeny látky môže hviezdny darca prísť až o 85% svojej pôvodnej hmotnosti. Ak má príjemca hmoty dostatočne malý polomer, môže sa okolo neho vytvoriť akrečný disk. Získaná hmotnosť navyše urýchli vývoj hviezdy na hlavnej postupnosti.

Ďalší vývoj sekundárnej zložky (donora hmotnosti) závisí na jej počiatočnej hmotnosti. Ak jej hmotnosť  $M_2$  neprekročí asi  $3 M_{\odot}$ , z hviezdy nakoniec zostane héliový biely trpaslík. V prípade keď  $3 M_{\odot} < M_2 < 15 M_{\odot}$ , dôjde vo hviezde k héliovému záblesku. Toto ďalšie štádium je charakteristické silnými hviezdnyimi vetrami. V oboch prípadoch ak na vyvinutú zložku preteká hmota z primárnej zložky, sústava môže vybuchnúť ako nova, prípadne supernova typu Ia. Hviezdy s pôvodnou hmotnosťou vyššou ako  $15 M_{\odot}$  sa vo vývoji dopracujú až k tvorbe energie prostredníctvom  $s$  a  $r$  procesu a po výbuchu supernovy typu Ib alebo II skončia ako neutrónové hviezdy alebo čierne diery. Menej vyvinutá zložka však túto katastrofu prežije a ďalej môže prenosom hmotnosti zásobovať kompaktný objekt. Primárna zložka pokračuje vo svojom

vývoji závislom od hmotnosti jej jadra. Pri dostatočne silnom odtoku hmoty sa môže celá sústava rozpadnúť.

### 1.6.3 TRO v kontaktných dvojhviezdach

Stavba a vývoj tesných dvojhviezd ostáva aj v dnešnej dobe nie celkom vyriešeným problémom stelárnej astrofyziky. Staré modely tepelných relaxačných oscilácií<sup>18</sup> (TRO), napr. (Lucy, 1976), predpokladali, že zložky dotykovej sústavy nie sú v tepelnej rovnováhe a môžu si voľne vymieňať hmotu. Ak sa celková hmotnosť a moment hybnosti sústavy zachováva, tieto modely predpokladajú, že sústava bude vykazovať cyklické zmeny pomeru hmotností. Prenos hmoty a energie z menej hmotnej hviezdy na hmotnejšiu zložku tesnej dvojhviezdy spôsobí zväčšenie dráhy a prerušenie kontaktu. Sekundárna zložka sa dostane pod svoj Rocheov lalok, primárna zložka má nadbytok energie a expanduje. Po zväčšení jej polomeru na Rocheov vnútorný potenciál začne prenos hmoty na sekundárnu zložku. Sústava je v polodotykovej fáze a pri prenose hmoty z hmotnejšej na menej hmotnú zložku sa obežná dráha zložiek bude znižovať až do obnovenia kontaktu a celý cyklus sa opakuje. Tento proces sa nazýva tepelná relaxačná oscilácia (TRO). Van't Veer (1979) a neskôr ďalší autori však ukázali, že v takomto prípade hraje dôležitú úlohu aj strata momentu hybnosti spôsobená magnetickým brzdením sústavy v dôsledku interakcie rotujúceho magnetického poľa zložiek a elektricky nabitých častíc hviezdneho vetra. Podľa Maceroniovej a van't Veera (1996), sa obe hviezdy zohrejú a primárna zložka zväčší natoľko, že nebudú schopné udržať si konvektívne obálky a tým aj magnetické polia generované dynamovým javom. Evolúcia sústavy tak bude výrazne ovplyvnená javom TRO.

V prípade vhodne veľkej straty momentu hybnosti sústavy však k TRO cyklom nemusí vôbec dôjsť a kontaktná fáza môže trvať dlho.

## 1.7 Modelovanie tesných dvojhviezd

Prvé perspektívne prístupy k modelovaniu svetelných kriviek pochádzajú od Hilla a Hutchingsa (1970) ako aj od Wilsona a Devinyho (1971), ktorí predstavili metódu syntetizovania svetelných kriviek. Vďaka veľkému množstvu efektov a parametrov nie je možné analyticky vyjadriť teoretické svetelné krivky a úloha sa rieši numericky. Riešenie pozostáva z prípravy povrchovej mriežky, určení lokálnych parametrov v jej uzloch a výpočet tokov z viditeľného povrchu pre zadanú geometriu sústavy. Program ROCHE (Pribulla, 2004) vychádza pri definovaní mriežky z Rocheovej geometrie (1). Pre kruhové dráhy a synchronnú rotáciu zložiek sú vstupnými parametrami len po-

<sup>18</sup> Z angl. „Thermal Relaxation Oscillations“

vrchové ekvipotenciály  $\Omega_{R1,2}$  a pomer hmotností  $q$ . Pri asynchrónnej rotácii pre každú zložku máme iný vzťah pre zovšeobecnený ekvipotenciál, ktorý teraz závisí aj od tzv. rotačných faktorov zložiek ( $f_{1,2} = w_{1,2}/w_K$ ), ktoré udávajú koľkokrát rýchlejšie rotuje každá zložka voči synchrónnej keplerovskej rotácii  $w_K = \sqrt{GM/\mathcal{R}^3}$ . Pri príprave povrchovej mriežky program ROCHE využíva cylindrickú sústavu<sup>19</sup>. Každý bod je definovaný trojicou súradníc  $P(x, \theta, r)$  tak, že uzly mriežky sú v bodoch rovnako vzdialených o určité  $\Delta x$  a  $\Delta \theta$ . Polomer  $r(x, \theta)$  sa vypočíta zo vzťahu (1) upraveného do cylindrických súradníc. Pre každý uzol povrchu najprv program vypočíta zložky tiažovej sily  $\vec{F} = (F_x, F_y, F_z)$  a lokálne tiažové zrýchlenie. Veľkosť elementárnej plošky sa vypočíta:

$$\Delta S = - \frac{|\vec{F}|r(x, \theta)\Delta x\Delta \theta}{F_x \sin \theta + F_z \cos \theta} \quad (34)$$

Teplotu v uzle modifikuje gravitačné stemnenie a reflexný efekt. Zvyčajným prístupom je započítať najprv gravitačné stemnenie a až potom reflexný efekt. Pri výpočte ožiarenia daného povrchového elementu musíme započítať všetky z neho viditeľné povrchové elementy druhej zložky. Pre celkový dopadajúci tok z plochy B na povrchový element A platí:

$$\mathcal{F}_{\text{irr}} = \iint I(\cos \alpha, g, T) \frac{\cos \alpha \cos \beta}{4\pi R_{\text{AB}}^2} dS \quad (35)$$

kde  $I(\cos \alpha, g, T)$  je bolometrická intenzita vyžarovaná z povrchových bodov druhej hviezdy,  $R_{\text{AB}}$  je vzdialenosť povrchových elementov,  $\alpha$  a  $\beta$  sú uhly medzi normálou k povrchu a spojnicou povrchových elementov A a B. Integruje sa cez celú viditeľnú plochu  $dS$  druhej zložky. Pri výpočte dopadajúcich tokov na bod A treba započítať aj okrajové stemnenie disku druhej hviezdy. Pritom počítame s bolometrickými koeficientmi okrajového stemnenia. Môžeme si vybrať lineárny alebo logaritmický zákon. Ak pôvodná teplota elementu A bola  $T_{\text{eff}}$ , albedo povrchu je  $A$  a uvažujeme LTE potom na základe Stefan-Boltzmannovho zákona platí  $\mathcal{F}_{\text{total}} = \sigma T_{\text{eff}}^4 + A\mathcal{F}_{\text{irr}}$ . A pre výslednú teplotu platí:

$$T_{\text{eff}} = \left( \frac{\mathcal{F}_{\text{total}}}{\sigma} \right)^{1/4} \quad (36)$$

Presný výpočet reflexného efektu je iteratívny (Kallrath & Milone, 1999), lebo zvýšenie teploty jednej zložky spôsobí vyšší ohrev privrátenej hemisféry druhej zložky a naopak. V prípade, že vzdialenosť zložiek dvojhviezdy je veľká v porovnaní s ich polomermi, je

<sup>19</sup> Rovnomerné pokrytie povrchu zložiek plošnými elementmi sa dá zabezpečiť aj projekciou a delením mnohostenov na povrchy.

možné pre zvýšenie teploty povrchových elementov nájsť približné analytické vyjadrenie (Djurašević, 1992). Existencia teplých, či studených škvŕn na povrchu si vyžaduje ďalšiu korekciu teploty plošných elementov, do ktorých škvŕna zasahuje. To je potrebné urobiť ešte pred započítaním reflexného efektu.

Lokálne monochromatické toky sa pri obehu zložiek nemenia, takže ich stačí vypočítať pre dané parametre iba raz. Hrubým priblížením povrchového žiarenia hviezdy je žiarenie absolútne čierneho telesa. Potom tok emitovaný povrchovým elementom  $dS$  môžeme vypočítať ako  $d\mathcal{F} = B(\lambda, T)dS$ , kde

$$B(\lambda, T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right) - 1} \quad (37)$$

pričom  $h$  je Planckova konštanta a  $c$  je rýchlosť svetla vo vákuu. Skutočné hviezdy však zďaleka nežiaria ako absolútne čierne teleso. Preto je vhodnejšie pre danú vlnovú dĺžku, teplotu a tiažové zrýchlenie interpolovať tok z modelových atmosfér. Program ROCHE využíva knižnicu modelových atmosfér pre široký rozsah vlnových dĺžok od UV do IR a rozsah teplôt od 2 000 K do 50 000 K (Lejeune et al., 1997). Pri skutočných fotometrických pozorovaniach však svetelné krivky nie sú monochromatické, takže je potrebné poznať priepustnosť použitého filtra a spočítať celkový tok prechádzajúci daným filtrom. Djurašević (1992) aproximuje efektívnu vlnovú dĺžku filtra využitím Planckovej funkcie:

$$\lambda_{\text{eff}}(T) = \frac{\int_0^\infty \lambda \Psi(\lambda) B(\lambda, T) d\lambda}{\int_0^\infty \Psi(\lambda) B(\lambda, T) d\lambda} \quad (38)$$

kde  $\Psi(\lambda)$ , je priepustnosť filtra ako funkcia vlnovej dĺžky.

Ďalším krokom je výpočet celkového toku z viditeľného povrchu dvojhviezdy pre všetky fázy a zadanú vlnovú dĺžku. Zvyčajne sa počíta pre 100 až 200 krokov vo fáze. Program sumuje tok len pre viditeľné povrchové elementy a započíta okrajové stemnenie. Keďže zložky tesných dvojhviezd sú deformované, príspevok okrajového stemnenia závisí na orbitálnej fáze  $\varphi$  a uhle sklonu obežnej dráhy  $i$ . Ak fázu  $\varphi$  počítame od hornej konjunkcie primárnej zložky, potom smerový vektor  $\vec{a}_0(l_0, m_0, n_0)$  k pozorovateľovi je

$$\begin{aligned} l_0 &= \cos \varphi \sin i \\ m_0 &= \sin \varphi \sin i \\ n_0 &= \cos i \end{aligned} \quad (39)$$

Nech  $\mu$  je uhol medzi smerom k pozorovateľovi  $\vec{a}_0(l_0, m_0, n_0)$  a normále  $\vec{n}(F_x, F_y, F_z)$  k elementárnemu povrchu:

$$\cos \mu = - \frac{l_0 F_x + m_0 F_y + n_0 F_z}{\sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}} \quad (40)$$

potom pri použití lineárnej aproximácie okrajového stemnenia pre intenzitu plošného elementu platí  $I(\mu) = I_0[1 - u(\lambda, T, g)(1 - \mu)]$  alebo logaritmickú aproximáciu  $I(\mu) = I_0[1 - x'(\lambda, T, g)(1 - \mu) - y'\mu \ln \mu]$ , kde  $u, x', y'$  sú koeficienty okrajového stemnenia, ktoré program ROCHE interpoluje z tabuliek (van Hamme, 1993) pre štandardné hodnoty kombinácii efektívnej teploty  $T$  a logaritmu gravitačného zrýchlenia  $\log g$ . Na celom povrchu hviezdy sú variácie koeficientov okrajového stemnenia spôsobené len malými zmenami teploty ako funkcie polohy a ich výsledný vplyv na tvar svetelnej krivky je zanedbateľný, preto pre ušetrenie výpočtového času sa hodnoty koeficientov okrajového stemnenia považujú za konštantné na celom povrchu hviezdy.

Značný výpočtový čas si vyžaduje zistenie, ktoré povrchové elementy sú v danej fáze  $\varphi$  a pre daný sklon dráhy  $i$  k pozorovateľovi viditeľné. Mimo zákrytov znamienko  $\mu$  vo vzťahu (41) určuje, či je daný povrchový element viditeľný. Ak je totiž uhol medzi normálou k povrchu a smerom k pozorovateľovi väčší ako  $\pi/2$ , daný povrchový element je za horizontom hviezdy. Ani pre kontaktné dvojhviezdy zákryty nenastávajú pre fázy  $\pm 60^\circ$  od miním, preto program v týchto intervaloch zákryty netestuje. To, či je daný povrchový element počas zákrytu zakrývaný alebo nie, je možné zistiť viacerými metódami. (Mochnecki & Doughty, 1972) testovali viditeľnosť elementu tak, že počítali veľkosť potenciálu pozdĺž zorného lúča smerom k pozorovateľovi a ak v niektorom bode bol potenciál vyšší ako povrchový ekvipotenciál druhej zložky, daný povrchový element je zakrývaný. Druhou možnosťou je pracovať metódami počítačovej grafiky ako Hilditch a Collier Cameron (1995), ktorí rozdelia rovinu kolmú na zorný lúč na rovnaké elementy (pixle). Potom sa v rámci každého pixlu zatriedia povrchové elementy podľa vzdialenosti od pozorovateľa. Len povrchový element najbližšie k pozorovateľovi môže byť viditeľný. Program ROCHE používa algoritmus upravený z práce Djuraševića (1992). Tu sa zložka, ktorá môže daný element zakrývať aproximuje guľou s polomerom  $R = r_{\text{point}}$ , teda najväčším čiastkovým polomerom a hľadá priesečník priamky definovanej zorným lúčom a guľou  $(x - 1)^2 + y^2 + z^2 = R^2$ , kde priamka je vyjadrená parametricky:

$$\begin{aligned} x &= x_0 + l_0 t \\ y &= y_0 + m_0 t \\ z &= z_0 + n_0 t \end{aligned} \quad (41)$$

Úloha vedie k riešeniu kvadratickej rovnice pre parameter  $t$ . V prípade, že riešením sú reálne korene, program testuje, či medzi priesečníkmi danými riešeniami rovnice existuje bod s nižším zodpovedajúcim potenciálom, ako je ekvipotenciál povrchu sekundárnej zložky. ROCHE definuje funkciu viditeľnosti  $\chi(x, r, \theta, \varphi)$ , ktorá je rovná nule alebo jednotke. V prípade zákrytu elementov sekundárnej zložky sa situácia rieši obdobne.

Celkový tok prichádzajúci zo zložky dvojhviezdy v danej fáze, pre danú vlnovú dĺžku a sklon potom vypočítame ako

$$l_{1,2}(\varphi) = \int_S \chi(x, r, \theta, \varphi) I(\mu, g, T, \lambda) \cos \mu dS \quad (42)$$

kde integrujeme cez celý povrch  $S$  zložky 1 alebo 2. Celkový tok zo sústavy je potom súčtom  $l_{12}(\varphi) = l_1(\varphi) + l_2(\varphi)$ .

Tretie svetlo vo všeobecnosti komplikuje analýzu svetelnej krivky, keďže koreluje s viacerými parametrami (napr. sklon dráhy, pomer hmotností) a znižuje fotometrickú amplitúdu. Pri modelovaní ROCHE počíta s tretím svetlom ako voľným parametrom pre každú vlnovú dĺžku (filter), teda  $l_3 = l_3(\lambda)$  a je vyjadrené v jednotkách celkovej jasnosti dvojhviezdy  $l_{12}$ . V literatúre sa niekedy vyjadruje tretie svetlo v jednotkách celkovej jasnosti sústavy vtedy  $l_3 < 1,0$ .

Pri syntéze svetelnej krivky sa využívajú symetrie, ktoré umožňujú skrátiť výpočtový čas: orbitálna a povrchová symetria. Pokiaľ sa na povrchu zložiek nenachádzajú žiadne nehomogenity (horúce alebo chladné škvrny) a dráha dvojhviezdy je kruhová, potom je svetelná krivka symetrická vzhľadom na sekundárne minimum a platí  $l(0,5 - \Delta\varphi) = l(0,5 + \Delta\varphi)$ . Vďaka symetrii tvaru tesnej dvojhviezdy, voči rovinám  $x - y$  a  $x - z$ , stačí počítať reflexný efekt a lokálne monochromatické toky na 1/4 povrchu zložky.

Ak máme k dispozícii HJD pre jednotlivé fotometrické pozorovania, je možné optimalizovať aj efemeridu. Vo vstupnom súbore si zvolíme, ktoré parametre budú zafixované a ktoré uvoľníme na optimalizáciu. Takisto zvolíme mód riešenia, ktorý fixuje hraničné hodnoty parametru  $f$ . Optimalizácia parametrov sa zvyčajne prevádza metódou diferenciálnych korekcií, ktorá vyžaduje numerický výpočet parciálnych derivácií toku podľa jednotlivých parametrov. Kvalita riešenia sa testuje pomocou štatistiky  $\chi^2$ .

Najväčšou komplikáciou pri analýze svetelných kriviek je nejednoznačnosť riešenia kvôli veľkému množstvu parametrov a koreláciám medzi niektorými parametrami (napr. sklon dráhy  $i$  a pomer hmotností  $q$ , tretie svetlo  $l_3$  a sklon  $i$ , koeficienty gravitačného stemnenia a miera vyplnenia  $f$  Rocheových lalokov a pod.). Kompletné riešenie modelu dvojhviezdy bude teda obsahovať parametre:

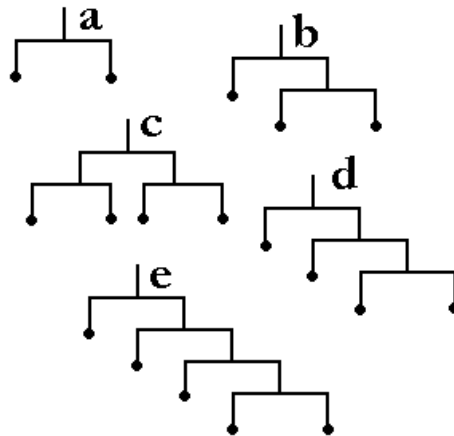
Symbol	Popis veličiny
$HJD_0$	počiatočný heliocentrický juliánsky dátum efemeridy
$P, \dot{P}$	obežná perióda sústavy a jej prípadná zmena
$a$	veľká polos
$q$	pomer hmotností zložiek
$M_1, M_2$	hmotnosti zložiek
$i$	sklon roviny obežnej dráhy k zornému lúču
$\gamma$	radiálna rýchlosť ťažiska sústavy
$K_1, K_2$	poloamplitúdy radiálnych rýchlostí zložiek
$T_{\text{eff},1}, T_{\text{eff},2}$	efektívne teploty zložiek
$\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2$	svetivosti zložiek
$\Omega_{R,1}, \Omega_{R,2}$	Rocheove gravitačné potenciály zložiek
$f_1, f_2$	miery vyplnenia Rocheových lalokov zložkami
$\mathcal{R}_1, \mathcal{R}_2$	absolútne polomery zložiek
$\log g_1, \log g_2$	povrchové gravitačné zrýchlenie
$A_1, A_2$	povrchové albedá (fixujú sa)
$\alpha_1, \alpha_2$	koeficienty gravitačného stmernenia (fixujú sa)
$u_1, u_2$	lineárne <sup>20</sup> koeficienty okrajového stmernenia
$l_3(\lambda)$	tretie svetlo vo filtri so strednou vlnovou dĺžkou $\lambda$
$\lambda_{s,k}$	uhlová dĺžka stredu $k$ -tej škvrny
$\theta_{s,k}$	uhlová šírka stredu $k$ -tej škvrny
$\rho_{s,k}$	uhlový polomer $k$ -tej škvrny
$t_{f,k}$	teplotný faktor $k$ -tej škvrny

**Tabuľka 1:** Parametre, ktoré možno určiť riešením svetelných kriviek a kriviek radiálnych rýchlostí.

<sup>20</sup> Prípadne logaritmické koeficienty  $x'$ ,  $y'$ , podľa toho, ktoré použijeme

## 2 Viacnásobné sústavy

Osamotené hviezdy sa vo vesmíre vyskytujú veľmi zriedka. Nakoľko z prvotného zárodočného oblaku vzniká väčšie množstvo protohviezd (v závislosti od hmotnosti oblaku), modely vzniku hviezd predpovedajú početný vznik hviezdnych sústav. Hviezdy tvoria skupiny, v ktorých sú navzájom gravitačne zviazané. Buď ide o hviezdokopy, kde sú jednotlivé členské hviezdy od seba značne vzdialené, alebo o viacnásobné hviezdne sústavy. Odhaduje sa, že až 70% hviezd sa nachádza v dvojhviezdach alebo viacnásobných sústavách (Duquennoy & Mayor, 1991). Olling (2004) dokonca zašiel až tak ďaleko, že podľa neho takmer 90-95% hviezd tvorí s iným objektom (hviezda alebo hnedý trpaslík) minimálne dvojhviezdu sústavu. Pribulla a Rucinski (2008) uvádzajú, že štatisticky okolo 60% tesných dvojhviezd je súčasťou minimálne trojhviezdnej sústavy. Také sústavy sú stabilné iba ak je tretia zložka na vzdialenej dráhe okolo spoločného ťažiska s tesnou dvojhviezdou (Obrázok 10b). Stabilná štvornásobná sústava môže byť tvorená spomenutou trojitou sústavou s ďalšou vzdialenou zložkou obiehajúcou spoločné ťažisko (Obrázok 10d) alebo dvoma zákrytovými krátkoperiodickými dvojhviezdami (Obrázok 10c) na vzájomnej vzdialenej dráhe (Rucinski & Kaluzny, 1986). Existujú aj extrémne prípady, napr. Castor ( $\alpha$  Gem) je šesťnásobná sústava, ktorej zložky sú spektroskopické dvojhviezdy. V Tokovininovom (1999) katalógu viacnásobných sústav (MCS) je najpočetnejšou sústavou AR Cas so siedmymi zložkami.



**Obrázok 10:** Tzv. mobilné diagramy (Evans, 1968) znázorňujúce možné hierarchické usporiadanie zložiek viacnásobných sústav: a) klasická dvojhviezda, b) trojhviezda, c) štvorhviezda s hierarchiou 2, d) štvorhviezda s hierarchiou 3, e) päťnásobná sústava

Tretie a ďalšie telesá možno zo spektroskopických pozorovaní odhaliť rôznymi metódami: pomocou funkcie rozšírenia (Lu et al., 2001) alebo zo spektier (Hendry & Mochnacki, 1998). Pri fotometricky pozorovaných dvojhviezdach sú najdôležitejšími

náznakmi LITE efekt (pozri kapitolu 2.1.1) alebo zmeny sklonu dráhy  $i$  vyvolané slapovým pôsobením tretieho telesa (Mayer et al., 2004).

Pri štúdiu viacnásobných sústav je veľmi dôležitý pomer obežných periód vonkajšej a vnútornej dráhy ( $P_{\text{out}}/P_{\text{in}}$ ), resp. jeho dekadický logaritmus  $\log(P_{\text{out}}/P_{\text{in}})$ . Napr. u hviezdy HD 100 018 je tento pomer 86 rokov/7,4 dňa  $\sim 4\,244$ . Vzájomný sklon  $\Phi$  je definovaný:

$$\cos \Phi = \cos(i_1) \cos(i_2) \pm \sin(i_1) \sin(i_2) \cos(\Omega_1 - \Omega_2) \quad (43)$$

kde  $i_1, i_2$  sú inklinácie vnútornej, resp. vonkajšej dráhy k rovine oblohy a  $\Omega_1, \Omega_2$  sú zodpovedajúce argumenty dĺžky výstupného uzla. Znamienko  $\pm$  vyjadruje neistotu v prípade neznámych hodnôt  $\Omega$  pri absentujúcich krivkách radiálnych rýchlostí, pretože nie je možné rozhodnúť, ktorý z dvoch uzlov je výstupným (neistota o  $180^\circ$ ). Iba zo spektroskopických pozorovaní nemožno určiť ani sklon  $i$ , ani dĺžku výstupného uzla  $\Omega$  a teda ani vzájomný sklon  $\Phi$ .

Prítomnosť ďalšej hviezdy na vonkajšej dráhe v sústavy spôsobuje postupnú zmenu dĺžky periastra  $\Pi$  (Obrázok 2) tesnej dvojhviezdy. Na O-C diagrame<sup>21</sup> sa prejaví sínusoidami s fázovým rozdielom  $180^\circ$  medzi primárnymi a sekundárnymi okamihmi miním. Ako názorne ukázali Mayer et al. (2004) prítomnosť tretieho telesa na vzdialenej dráhe sa prejaví precesiou dráhy tesnej dvojhviezdy (zmenou sklonu  $i$ ), čo má za následok zmeny v hĺbke miním na svetelnej krivke.

## 2.1 Metódy detekcie ďalších zložiek

Niektoré metódy bežne používané na zistenie prítomnosti tretieho telesa:

- priama vizuálna detekcia s použitím adaptívnej optiky (hranicou rozlíšenia zložiek je difrakčný limit ďalekohľadu)
- rozlíšenie jednotlivých zložiek sústavy pomocou škvŕnkovej interferometrie
- optická interferometria s použitím viacerých ďalekohľadov (hranica rozlíšenia je daná dĺžkou základne interferometra a vlnovou dĺžkou, na ktorej sa pozoruje)
- astrometrické trojhviezdy (prítomnosť tretej zložky zistená z presných pozičných meraní družicou Hipparcos)

<sup>21</sup> Diagram „Observed – Calculated“ čiže závislosť rozdielu skutočne pozorovaného a vypočítaného okamihu miníma od epochy E:  $(O - C) = T_{\text{obs}} - T_0 - E.P.$

- prítomnosť ďalšieho profilu v CCF alebo BF získaných zo spektra (problémom je, že jej signál môže byť slabý a objekt nemusí byť nutne gravitačne zviazaný so zvyškom sústavy)
- premenlivá radiálna rýchlosť  $\gamma_{12}$  tesnej sústavy. Metóda je teoreticky citlivá na kratšie periódy tretieho telesa, ale zatiaľ nebola úspešne použitá.
- svetelnú krivku nie je možné riešiť bez tretieho svetla  $l_3$ . Takáto situácia nastáva v praxi výnimočne a na definitívne potvrdenie ďalšej zložky je potrebné mať aj pozorovania iného druhu, napr. spektroskopiu.
- v O-C diagrame z okamihov miním je viditeľný LITE s periódou poväčšine kratšou, ako je interval pokrytia pozorovaniami, ale zmena obežnej periódy môže byť vyvolaná aj iným mechanizmom.
- premenlivé hĺbky miním v zákrytoch, čo ale môže byť vyvolané aj prekryvom dvoch hviezd v jednej apertúre (napr. pri fotometrických prehliadkach s malým uhlovým rozlíšením). Dodatočné tretie svetlo zníži hĺbku miním.
- v prípade kontaktných dvojhviezd je známa závislosť medzi orbitálnou periódou  $P$  (d) a farebným indexom (Wang, 1994):

$$(B - V)_0 = 0,062 - 1,310 \log P \quad (44)$$

Ak sa pozorovaný farebný index pre danú kontaktnú dvojhviezdu výrazne líši od predpovedaného, znamená to, že v sústave sa nachádza ďalšia zložka (Pribulla et al., 2001).

### 2.1.1 LITE

LITE (angl. skr. LITE = Light-time effect), čiže efekt konečnej rýchlosti svetla, je periodická zmena orbitálnej periódy spôsobená pohybom zákrytovej dvojhviezdy okolo spoločného ťažiska celej viacnásobnej sústavy. Prejaví sa tak, že pozorované okamihy miním sa periodicky oneskorujú alebo predbiehajú efemeridu, pričom posuny primárnych a sekundárnych miním sú rovnaké (na rozdiel od apsidálneho pohybu). V O-C diagrame sa minimá nachádzajú na rovnakej krivke podľa efemeridy:

$$JD_{\min} = JD_0 + P \times E + \Delta T \quad (45)$$

kde  $P$  a  $Q$  sú konštanty kvadratickej efemeridy zákrytovej dvojhviezdy. Perióda, amplitúda a tvar tejto krivky závisí na obežnej perióde  $P_3$  tretieho telesa, veľkej polosi  $a_{12}$  a excentricite  $e_{12}$  spoločnej obežnej dráhy zložiek dvojhviezdy. V prípade excentrickej dráhy dvojhviezdy môžeme v O-C diagrame pozorovať kombináciu LITE a apsidálneho pohybu. Výraz popisujúci časové oneskorenie  $\Delta T$  v dôsledku LITE ako funkciu dráhových elementov odvodil po prvý raz Irwin (1952):

$$\Delta T = \frac{a_{12} \sin i_{12}}{c} \left[ \frac{1 - e_{12}^2}{1 + e_{12} \cos \vartheta_{12}} \sin(\vartheta_{12} + \omega_{12}) + e_{12} \sin \omega_{12} \right] \quad (46)$$

kde  $c$  je rýchlosť svetla vo vákuu,  $a_{12}$ ,  $i_{12}$ ,  $e_{12}$ ,  $\vartheta_{12}$ ,  $\omega_{12}$  sú veľká polos, sklon dráhy, excentricita dráhy, pravá anomália (je funkciou času) a dĺžka periastra dráhy ťažiska zákrytovej dvojhviezdy okolo ťažiska celej sústavy.

Z polamplitúdy LITE efektu ( $S$ ) v sekundách je možné určiť funkciu hmotnosti tretieho telesa (Ribas, 2005):

$$f(M_3) \equiv \frac{M_3^3 \sin^3 i_3}{(M_{12} + M_3)^2} = \frac{4\pi^2 c^3 S^3}{G P_3^2} \quad (47)$$

kde  $P_3$  je orbitálna perióda tretieho telesa a  $M_{12}$ ,  $M_3$  sú hmotnosti tesného dvojhviezdneho páru a tretej zložky. Vo všeobecnosti si však detekcia ďalších zložiek pomocou LITE vyžaduje potvrdenie iným typom pozorovaní (napr. spektroskopia, astrometria).

## 2.2 Vznik a vývoj viacnásobných sústav

Hviezdy vznikajú kontrakciou molekulárnych oblakov medzihviezdneho plynu. Prvotná hmotnosť oblaku musí presahovať Jeansovu hmotnosť  $M_J$  na vyvolanie kontrakcie:

$$M_J = \sqrt{\frac{3}{4\pi\rho} \left( \frac{5kT}{G\mu m_H} \right)^3} \quad (48)$$

kde  $\rho$  je hustota oblaku,  $T$  jeho teplota,  $\mu$  stredná molekulová hmotnosť a  $m_H$  hmotnosť vodíka. Pri splnení týchto podmienok vzniká gravitačným kolapsom a kondenzáciou plynu a prachu protohviezda. Typické medzihviezdne oblaky obsahujú hmotnosť niekoľkých tisíc až desaťtisíc hmotností Slnka, takže sa z nich vytvorí mnoho protohviezd. Na vytvorenie viacnásobných sústav sa predpokladá viacero scenárov:

- *Zachytenie*: počiatočne nezávislá dvojhviezdna sústava a osamotená hviezda sa v protohviezdnom oblaku priblížia dostatočne blízko a stanú sa gravitačne viazané. Tento mechanizmus je však málo pravdepodobný a nepostačuje na vysvetlenie pozorovaného množstva viacnásobných sústav.
- *Rozpad*: rýchlo rotujúca protohviezda by sa mohla rozpadnúť na viacero častí, ale ako ukázali Durisen et al. (1986), unikajúca hmota v každom prípade vytvorí len špirálové ramená a následne prstenec látky a nie kondenzáty, z ktorých by sa vyvinuli protohviezdy.
- *Fragmentácia*: najpravdepodobnejším scenárom je počiatočná fragmentácia kolabujúceho oblaku na viacero menších kondenzátov vyvolaná napr. gravitačným slapovým pôsobením Galaxie. Taktiež sa môže z pôvodne rovnomernej hustoty oblaku vytvoriť najprv prstenec so zvýšenou hustotou (Larson, 1972), ktorý sa neskôr rozdelí na dva alebo viacero menších oblakov. Takto vytvorené fragmenty však majú približne rovnaké hmotnosti (Norman & Wilson, 1978). K fragmentácii a vzniku protohviezdy však môže dôjsť aj v okolohviezdnom disku (v okolí hviezd typu T Tauri) (Shu et al., 1990).

## 2.3 Vývoj tesných dvojhviezd vo viacnásobných sústavách

Vznik tesných dvojhviezd s orbitálnymi periódami kratšími ako niekoľko dní je doposiaľ nie celkom objasnený. Nemôžu vzniknúť rozpadom protohviezdného oblaku, pretože by sa museli polomery protohviezd počas vývoja pred hlavnou postupnosťou prekryvať. Je možné, že vznikli v rámci trojhviezdnej sústavy prostredníctvom Kozaiových cyklov. Blízke priblíženie ako dôsledok tohto efektu vyvolá cirkularizáciu dráhy tesného hviezdneho páru prenosom momentu hybnosti na vonkajšiu hviezdu a vytvorenie hierarchickej sústavy (Eggleton & Kiseleva-Eggleton, 2001).

### 2.3.1 Kozaiove cykly

Vo viacnásobných sústavách, kde jadro tvorí tesná dvojhviezda a vonkajšia tretia zložka obieha danú sústavu pod vzájomným sklonom  $\Phi$ , dochádza k periodickej zmene tvaru obežnej dráhy (až ku  $e \lesssim 1$ ) a jej orientácie ( $\Phi$ ) na časových škálach oveľa dlhších ako sú obidve obežné periódy. Prvý krát tento efekt opísal Kozai (1962) pri analyzovaní obežných dráh asteroidov.

Pre hmotný bod obiehajúci centrálnu hmotnejšie teleso na dráhe s excentricitou  $e$  a sklonom  $i$  sa zachováva<sup>22</sup> hodnota  $\sqrt{1 - e^2} \cos i$ . Kozaiove oscilácie sa prejavajú, ak sa vzájomný sklon obežných dráh pohybuje v rozmedzí asi  $39,2^\circ \lesssim \Phi \lesssim 140,8^\circ$ . Vnútorú dvojhviezdu si zachováva vzdialenosť zložiek (resp. dĺžku veľkej polosi  $a$ ). Maximálna hodnota excentricity vnútornej dráhy, pri predpoklade malej počiatočnej hodnoty, je (Innanen et al., 1997):

$$e_{max} = \sqrt{1 - \frac{5}{3} \cos^2(\Phi_0)} \quad (49)$$

Typická časová škála medzi limitnými hodnotami excentricity (polperióda) oscilácií závisí od vnútornej ( $P_{in}$ ) a vonkajšej ( $P_{out}$ ) obežnej periódy, hmotností zložiek ( $M_i$ ) a excentricity vonkajšej dráhy  $e_{out}$  (Kiseleva et al., 1998):

$$P_K = \frac{2P_{out}^2}{3\pi P_{in}} \frac{M_1 + M_2 + M_3}{M_3} (1 - e_{out}^2)^{3/2} \quad (50)$$

V dôsledku Kozaiových cyklov s uvažovaním slapového trenia predpokladajú Fabrycky a Tremaine (2007) podobnú distribúciu obežných periód vnútorných dvojhviezd hierarchických sústav, ako uvádzajú Tokovinin et al. (2006).

---

<sup>22</sup> V prípade slapového trenia je výraz komplikovanejší, pozri napr. Kiseleva et al., 1998

## 3 Cieľ práce

Cieľom dizertačnej práce je štúdium vybraných tesných dvojhviezd a viacnásobných sústav zamerané na určenie fotometrických elementov aj absolútnych parametrov zložiek, evolučného stavu sústav. Ďalej spektroskopická prehliadka zákrytových premenlivých hviezd typu EW (W UMa) a ELL zameraná na zistenie príčiny premenlivosti, resp. nájdenie prípadných ďalších zložiek v zákrytových sústavách. Spektroskopické pozorovania budú zamerané na objekty jasnejšie ako 10 magnitúda. Vo vybranej vzorke tesných dvojhviezd chceme nájsť indikátory prítomnosti ďalších telies.

## 4 Pozorovací materiál

V práci využívame vlastný fotometrický materiál získaný 0,5 m ďalekohľadom v Starej Lesnej. Long-slit spektrá objektov získal môj školiteľ na 1,88 m ďalekohľade na David Dunlap Observatory (DDO) v Toronte, Kanada, kým échelle spektrá s pomocou ďalekohľadu Irénée du Pont na observatóriu na Las Campanas (Čile). Okrem vlastných dát sme použili údaje uvedené v použitej literatúre a voľne dostupných elektronických katalógoch.

### 4.1 Voľba objektov

V prípade fotometrických pozorovaní v pavilóne G1 na AsÚ SAV sme vybrali objekty dostupné na pozorovanie:

- pozorovacie okno s výškou nad  $30^\circ$  nad obzorom v trvaní aspoň niekoľkých mesiacov
- možnosť vykonať súvislé niekoľkohodinové pozorovania aj počas jednej noci
- jasnejšie ako  $V \cong 11$  mag
- krátke orbitálne periódy pre čo najlepšie fázové pokrytie svetelnej krivky

Pre spektroskopické merania v rámci prehliadok oblohy sme stanovili podmienky pre vybrané objekty nasledovne:

- nemali doteraz pozorované vysokodisperzné spektrá (hlavne dvojhviezdy z južnej oblohy)
- jasnejšie ako  $V \cong 10$  mag
- je podozrenie na viacnásobnú sústavu
- vykazujúce malú amplitúdu svetelnej krivky podobné kontaktným dvojhviezdam (z databázy ASAS)

## 4.2 Fotometrický materiál

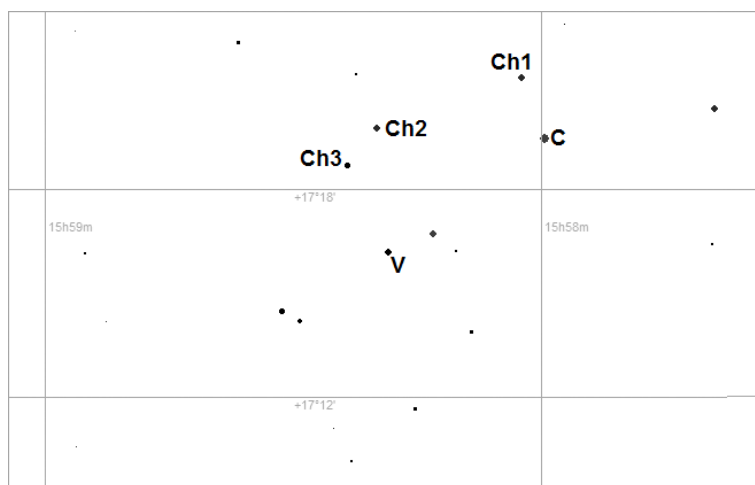
Fotometrické pozorovania na observatóriu v Starej Lesnej som získal väčšinou sám, prípadne s pomocou technika (D. Božik). Ďalekohľad 508/2500 mm typu Newton je vybavený CCD kamerou ST-10XME od firmy SBIG chladenou Peltierovým článkom s päťmiestnym kolesom filtrov, v ktorom sú umiestnené filtre, ktoré sa svojimi charakteristikami približujú systému Johnson-Cousins UBVR<sub>C</sub>I<sub>C</sub>. Ich transformačné koeficienty sú v dodatku C. Citlivosť kamery v použitých filtroch je možné nájsť v dodatku D. Systém kamery je ovládaný pomocou komerčného programu Maxim DL, ktorý zabezpečuje komunikáciu, radenie filtrov, chladenie, automatické pomenovávanie snímok. Dáta sa ukladajú na lokálny disk a sú prístupné z vnútornej siete AsÚ SAV.

Ďalšie fotometrické dáta sme získali z prehliadky ASAS, ktorá nepretržite monitoruje hviezdy do štrnástej magnitúdy. Simultánne pozorovania sa vykonávajú v Johnsonovom V a I filtri na LCO v Čile. Ide o 20 cm ďalekohľady so štvorcovým zorným poľom asi  $8,5^\circ$  s 2 048 pixlovými CCD kamerami. Integračná doba snímkovania poľa je štandardne 3 minúty.

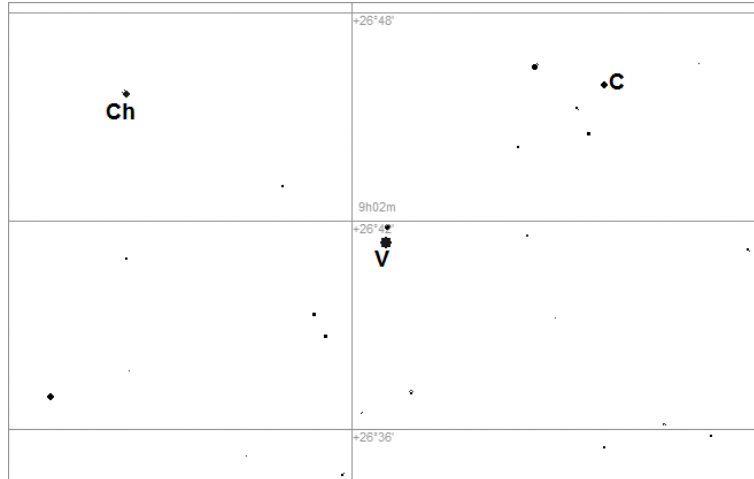
AO Ser je pozorovateľná (výška minimálne  $30^\circ$  nad obzorom) zo Starej Lesnej asi od polovice apríla do konca augusta. Najdlhšie pozorovacie okno (cez 6 hodín) je začiatkom mája, ale dobré pozorovacie podmienky sú počas celej jari.

V2610 Oph je pozorovateľná od konca mája do polovice augusta, s najlepšimi podmienkami v polovici júna. Krátke letné noci (resp. nautický súmrak) neumožňujú pozorovať túto hviezdu dlhšie ako 4,5 hodiny za noc.

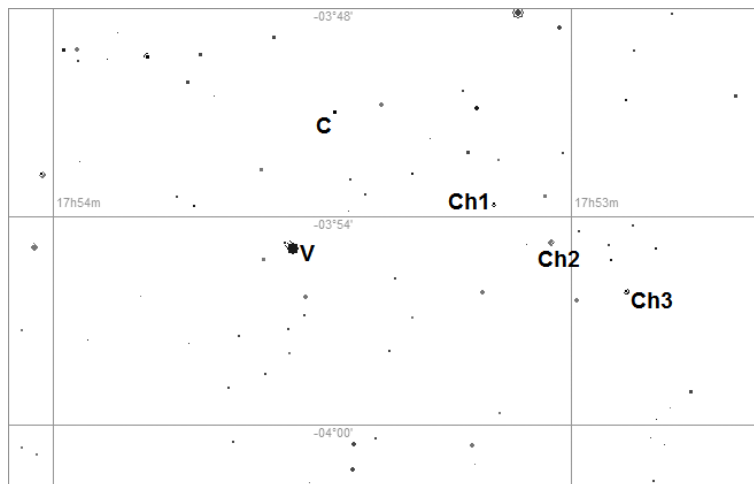
WY Cnc je pozorovateľná od polovice decembra do asi polovice mája s najlepšimi podmienkami v zimných mesiacoch. Maximálny pozorovací čas počas jedinej noci sa blíži k 10 hodinám počas takmer celého januára a februára.



**Obrázok 11:** Okolie hviezdy AO Ser (V) s porovnávacou hviezdou (C) a kontrolnými hviezdami (Ch1, Ch2, Ch3). Veľkosť poľa je  $20,4' \times 13,8'$  a zodpovedá snímkam z pavilónu G1 AsÚ SAV.



**Obrázok 12:** Vyhľadávacia mapka hviezdy WY Cnc (označená ako V). Vyznačené sú aj porovnávacia hviezda (C) a kontrolná hviezda (Ch).



**Obrázok 13:** Pole v okolí hviezdy V2610 Oph (V) na mapke zodpovedajúcej počtu snímky z pavilónu G1. Porovnávacia hviezda je označená ako C a kontrolné hviezdy Ch1 až Ch3.

Hviezda	Označenie	$\alpha_{2000}$ (h m s)	$\delta_{2000}$ ( $^{\circ}$ ' ")	B (mag)	V (mag)
V	AO Ser	15 58 17,78	+17 15 16,3	<11,3	<11,4
C	BD+17 2940	15 57 59,51	+17 19 26,3	10,70 <sup>U</sup>	10,50 <sup>U</sup>
Ch 1	GSC1496.227	15 58 02,42	+17 21 13,5	12,47 <sup>T</sup>	11,79 <sup>T</sup>
Ch 2	GSC1496.1071	15 58 19,89	+17 19 45,5	12,52 <sup>T</sup>	11,68 <sup>T</sup>
Ch 3	GSC1496.919	15 58 23,48	+17 18 40,5	13,00 <sup>U</sup>	12,10 <sup>U</sup>

**Tabuľka 2:** Základné údaje o AO Ser a použitých porovnávacích hviezdach. Skratka V označuje premennú hviezdu (Variable), C porovnávaciu hviezdu (Comparison) a Ch kontrolné hviezdy (Check). Exponent <sup>T</sup> označuje magnitúdu meranú družicou Hipparcos z katalógu Tycho (Hog et al., 1998), <sup>U</sup> sú magnitúdy z katalógu USNO A2.0 (Monet, 1998).

Hviezda	Označenie	$\alpha_{2000}$ (h m s)	$\delta_{2000}$ (° ' ")	B (mag)	V (mag)
V	WY Cnc	09 01 55,50	+26 41 23,0		<9,47
C	GSC1953.287	09 01 27,28	+26 45 55,4	12,10 <sup>U</sup>	10,80 <sup>U</sup>
Ch	GSC1953.483	09 02 29,12	+26 45 38,5	12,46 <sup>T</sup>	11,72 <sup>T</sup>

**Tabuľka 3:** Základné údaje o WY Cnc a použitých porovnávacích hviezdach. Značenie totožné s tabuľkou 2.

Hviezda	Označenie	$\alpha_{2000}$ (h m s)	$\delta_{2000}$ (° ' ")	B (mag)	V (mag)
V	V2610 Oph	17 53 32,26	-03 54 55,3		<9,27
C	GSC5091.161	17 53 27,42	-03 50 59,6	13,50 <sup>U</sup>	12,60 <sup>U</sup>
Ch 1	GSC5091.73	17 53 08,96	-03 53 39,3	14,30 <sup>U</sup>	12,70 <sup>U</sup>
Ch 2	GSC5091.127	17 53 02,19	-03 54 45,3	14,90 <sup>U</sup>	11,70 <sup>U</sup>
Ch 3	GSC5091.112	17 52 53,65	-03 56 09,2	13,90 <sup>U</sup>	12,30 <sup>U</sup>

**Tabuľka 4:** Základné údaje o V2610 Oph a použitých porovnávacích hviezdach. Značenie totožné s tabuľkou 2.

### 4.3 Spektroskopický materiál

Spektrá z DDO boli získané pomocou 1,88-metrového ďalekohľadu so štrbinovým spektrografom s rozlišovacou schopnosťou  $R = 12\,000 - 14\,000$ . Na rozloženie svetla sa použila difrakčná mriežka s 2 160 vrypami na mm. Na CCD čípe zodpovedá jeden pixel 0,117 Å. Počas noci sa pozorovali viaceré štandardy radiálnych rýchlostí (pomaly rotujúce osamotené hviezdy), prevažne spektrálneho typu F. Na samotnú analýzu (dodatok G) sme použili asi 240 Å dlhú oblasť spektra v okolí horčíkového Mg I tripletu, ktorá je vhodná pre neskoré spektrálne typy.

Échelle spektrá viacerých objektov boli získané s pomocou 2,5-metrového ďalekohľadu Du Pont počas apríla, augusta a novembra roku 2008 a vo februári 2009. V Cassegrainovom ohnisku ďalekohľadu je pripojený spektrograf Littrowovho typu s efektívnou rozlišovacou schopnosťou  $R = 45\,000$  vo všetkých rádoch. Spektrá pokrývajú oblasť 3 500-8 500 Å. Počas každej noci sa získalo aj niekoľko spektier štandardov radiálnych rýchlostí. Stabilita systému radiálnych rýchlostí bola v prípade échelle spektier testovaná využitím telurického pásu v okolí 7 600 Å a dosahuje 0,3 km.s<sup>-1</sup> až 0,5 km.s<sup>-1</sup>. Popis redukcie pozorovaných spektier udávame v dodatku G.

## 5 Výsledky

### 5.1 Štúdium vybraných dvojhviezd a viacnásobných sústav

Všetky prezentované sústavy majú fotometriu získanú v pavilóne G1 AsÚ SAV v Starej Lesnej. Optický systém pozostáva z 50 cm ďalekohľadu typu Newton s ohniskovou vzdialenosťou 2,5 m, v ktorom je umiestnená CCD kamera SBIG ST-10XME.

Pri modelovaní všetkých troch sústav sme si najprv pripravili normalizované fotometrické svetelné krivky, prípadne aj krivky radiálnych rýchlostí a/alebo funkcie rozšírenia. V ďalšom kroku sme odhadli zo spektrálneho typu teplotu primárnej zložky, ktorá sa zvyčajne neoptimalizuje a je zafixovaná pri modelovaní.

#### 5.1.1 AO Serpentis (AO Ser)

Premenlivosť hviezdy AO Ser (BD+17°2942;  $V_{\max} = 10,7$  mag;  $V_{\min} = 12,0$  mag; spektrálny typ A2), bola zistená už v prvej polovici minulého storočia Hoffmeisterom (Hoffmeister, 1935), ktorý sústavu klasifikoval ako zákrytovú dvojhviezdu so svetelnou krivkou typu Algol. Krátko nato Soloviev (1939) určil prvú efemeridu primárneho minima:  $\text{Min} = \text{HJD } 2\,428\,005,294 + 0,879\,440\,4 \times E$ . Neskôr Wood a Forbes (1963) určili kubickú efemeridu pre okamih primárneho minima:

$$\text{Min} = \text{HJD } 433\,283,330\,54 + 0,879\,404\,2 \times E - 0,231\,9 \cdot 10^{-7} \times E^2 - 0,462 \cdot 10^{-11} \times E^3$$

Ahnert (1974) však ukázal, že perióda je takmer konštantná. Posledné určenie periódy dvojhviezdy pomocou experimentu ROTSE-I (Robotic Optical Transient Search Experiment) je  $P = 0,879\,347\,45$  dňa. Iteratívnymi metódami (Brancewicz & Dworak, 1980) boli po prvý raz určené parametre AO Ser (Tabuľka 5).

Na určenie teploty  $T_2$  použili približné vzťahy, kde  $\mathcal{L}_1$ ,  $\mathcal{L}_2$  sú bolometrické svietivosti a  $\Delta m_1$  a  $\Delta m_2$  sú pozorované hĺbky mínim:

$$T_2 \approx T_1^4 \sqrt[4]{\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 \left(\frac{\mathcal{L}_2}{\mathcal{L}_1}\right)_{\text{obs}}} \approx T_1^4 \sqrt[4]{\frac{1 + 0,4\Delta m_1}{1 + 0,4\Delta m_2}} \quad (51)$$

Veličina	Hodnota
$P$ (dni)	0,879 347
$a$ ( $\mathcal{R}_\odot$ )	5,98
$R_1$ ( $\mathcal{R}_\odot$ )	1,8
$R_2$ ( $\mathcal{R}_\odot$ )	1,79
$\mathcal{L}_1$ ( $\mathcal{L}_\odot$ )	18,68
$\mathcal{L}_2$ ( $\mathcal{L}_\odot$ )	3,9
$T_1$ (K)	8 970
$T_2$ (K)	6 090
$M_1$ ( $\mathcal{M}_\odot$ )	2,56
$M_2$ ( $\mathcal{M}_\odot$ )	1,14
$q$	0,45

**Tabuľka 5:** Parametre AO Ser určené Brancewiczom a Dworakom (1980)

V roku 2004 sa podarilo objaviť pulzáciu na primárnej zložke (Kim et al., 2004). Pretože ide o zákrytovú sústavu, je možné určiť hmotnosti zložiek a ich priemerné hustoty (od ktorých závisí perióda pulzácií), čo ponúka možnosť testovania modelov pulzácie hviezd. Po odčítaní syntetickej svetelnej krivky od nameraných dát autori aplikovali periódovú analýzu a určili frekvenciu 21,5 cyklov za deň.

AO Ser doteraz ešte nebola pozorovaná spektroskopicky. Počas písania tejto práce sa objavila práca Yanga et al. (2010), v ktorej autori modelovali dvojhviezdu AO Ser na základe dvojfarebnej fotometrie v Johnsonových VR filtroch. Uvádzajú hlavne podozriivo nízky pomer hmotností  $q = 0,220$ . Rozhodli sme sa ich riešenie overiť na základe ich voľne prístupných dát skombinovaných s vlastnou fotometriou. Naše dáta sme získali v rozmedzí od januára 2008 do júla 2009. Celkovo bolo pozorovaných 22 nocí vo farbách BVRcIc a z toho v 19-tich nociach sme mali k dispozícii aj Johnsonov U filter. Keďže ide o hviezdu s periódou blízkou k jednému dňu, získanie dobre pokrytej svetelnej krivky bolo náročné (Obrázok 20). Na obrázku 11 sú označené hviezdy použité na fotometrickú redukciu. Počas jednotlivých nocí sme zisťovali úroveň šumu v dátach pre jednotlivé filtre. Priemerné hodnoty šumu  $\sigma$  udávame v tabuľke 6.

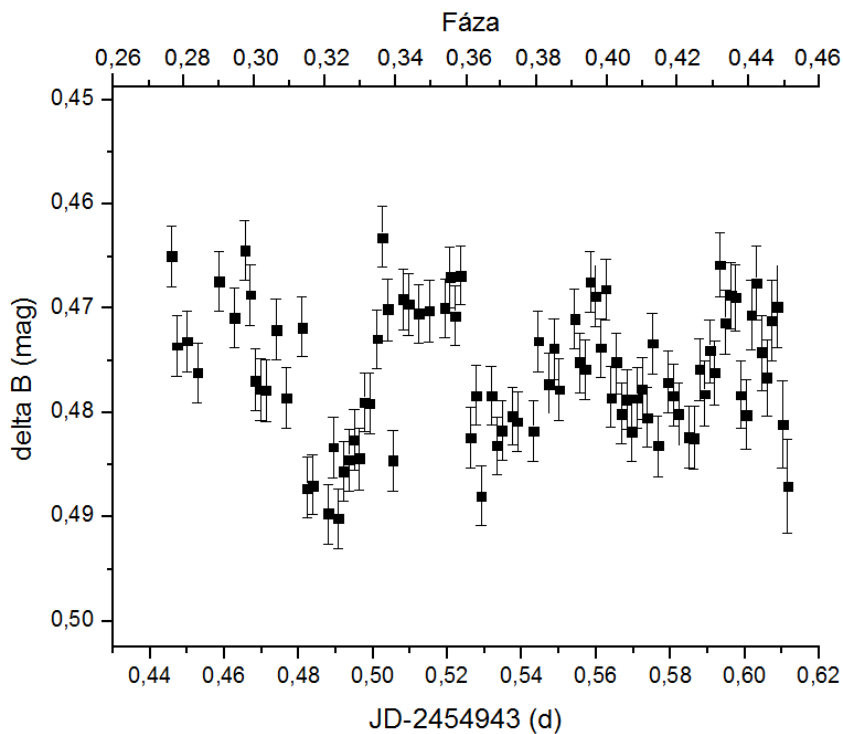
Filter	U	B	V	Rc	Ic
$\sigma$ (mag)	$\sim 0,027$	$\sim 0,009$	$\sim 0,011$	$\sim 0,009$	$\sim 0,010$

**Tabuľka 6:** Priemerné hodnoty šumu zo všetkých nocí v jednotlivých filtroch. Vyjadrené sú ako medián štandardných odchyľiek pre rozdiel porovnávacej C a kontrolnej Ch1 hviezdy.

Pulzácie objavené Kimom (2004), dosahovali v B filtri amplitúdu len 0,02 magnitúdy, čo je v našich podmienkach pozorovateľné, ale ich frekvencia 21,5 cyklov za deň (perióda asi 1,12 hodiny) si vyžadujú optimálne pozorovacie okno dlhé aspoň 2 hodiny. Zo všetkých pozorovaní sme vybrali celkovo štyri noci, ktoré obsahovali dáta mimo zákrytov (Tabuľka 7). Pre najdlhšie pozorovanie sme vykonali periódovú analýzu programom PERANSO. Pri nej sme najprv odstránili dlhodobý trend a použili 2 metódy: diskretnú Fourierovu transformáciu (DFT) a metódu PDM<sup>23</sup>.

Dátum	Trvanie (h)	$\sigma$ (mag)
25.1.2008	2,2	0,013
18.3.2008	2,7	0,017
31.3.2008	2,0	0,010
21.4.2009	3,6	0,013

**Tabuľka 7:** Vybrané pozorovania AO Ser na periódovú analýzu



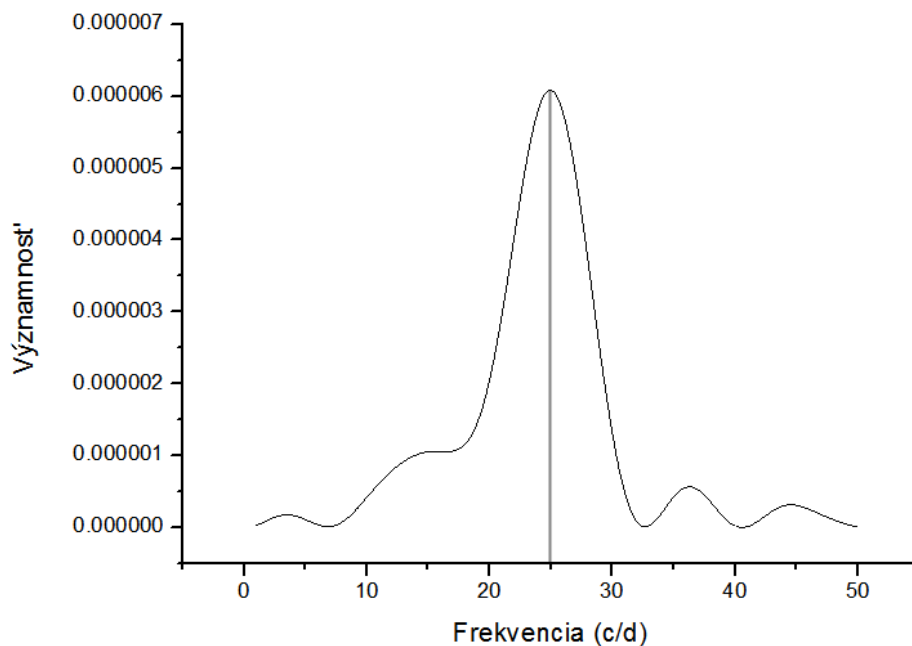
**Obrázok 14:** Pozorovanie AO Ser z 21.4.2009 v B filtri potvrdilo prítomnosť pulzov primárnej zložky.

<sup>23</sup> Angl. skratka „Phase Dispersion Minimization“ = minimalizovanie rozptylu dát vo fázovom diagrame

Deeming (1975) ukázal, že DFT je možné dobre použiť na analýzu nerovnomerne rozdelených dát s rovnako dobrými výsledkami ako analýzu rovnomerne rozdelených dát. Výkonové spektrum priraduje najvyššiu významnosť „reálnym“ frekvenciám.

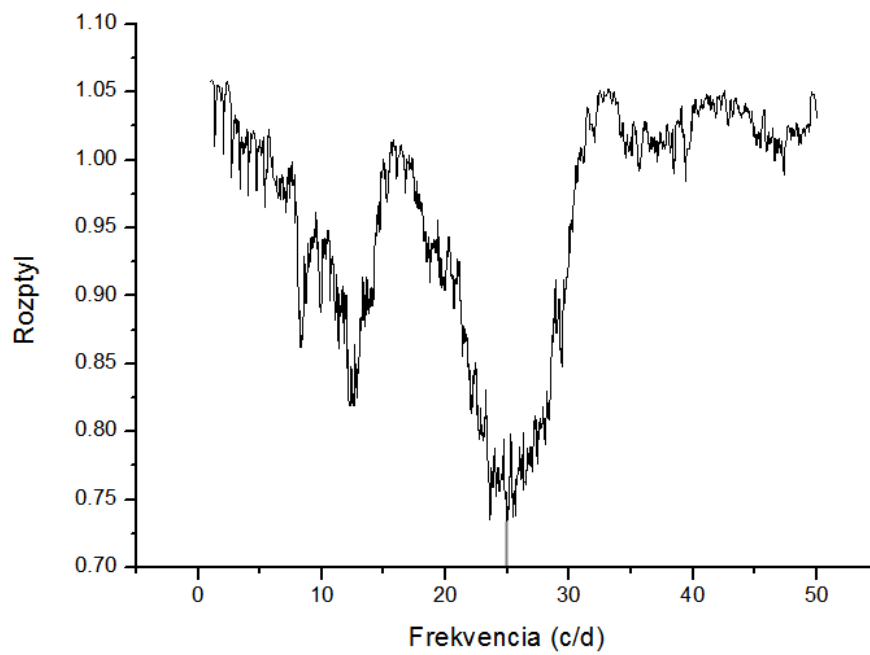
Metódu PDM detailne popísal Stellingwerf (1978) a je vhodná v prípade malého počtu pozorovaní počas krátkeho časového úseku. Najprv sa pre každú testovaciu frekvenciu zostrojí fázový diagram a jeho dáta sa rozdelia do definovaného počtu intervalov vo fáze. Pre každý interval sa vypočíta jeho stredná hodnota a rozptyl dát. Významnosť frekvencie je daná podielom rozptylu dát z jednotlivých intervalov a celkového rozptylu. Ak je daná frekvencia v dátach významná, tento podiel sa blíži k nule. V opačnom prípade sa významnosť blíži k jednotke.

Výsledky obidvoch analýz sme porovnali so spektrálnym oknom. Frekvencie uvedené v spektrálnom okne s najvyššou významnosťou sú aliasy<sup>24</sup> frekvencií spôsobenými časovým rozlíšením dát. V oboch prípadoch DFT aj PDM metódy našli najvýznamnejšiu frekvenciu aliasu dĺžky pozorovacieho okna, po jej odstránení zo súboru sme analýzu zopakovali. Na obrázkoch 15 a 16 uvádzame výsledky oboch riešení a spektrálne okno na obrázku 17.

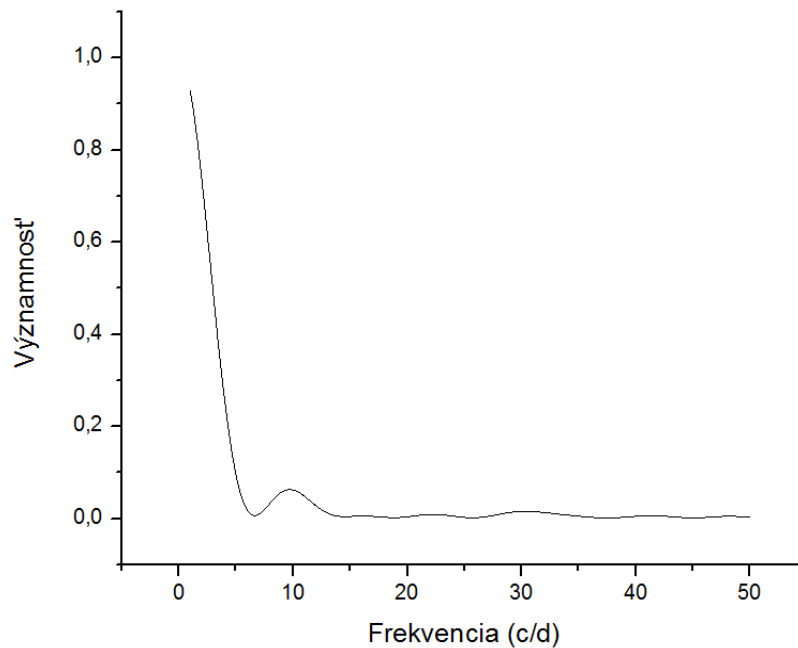


**Obrázok 15:** Výsledok DFT, maximum zodpovedá nájdenej frekvencii 24,944 cyklov za deň

<sup>24</sup> Alias je frekvencia ktorá sa v dátach vyskytuje ako dôsledok diskretných nerovnomerne rozložených dát. Ide o celočíselný zlomok prevrátenej hodnoty dĺžky pozorovania, časového rozlíšenia dát alebo násobok skutočnej frekvencie.



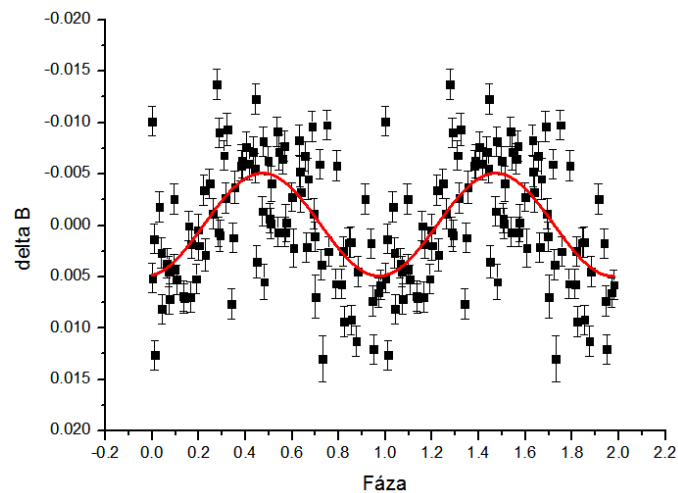
**Obrázok 16:** Výsledok PDM. Minimum po odstránení najvýznamnejšej frekvencie aliasu zodpovedá 24,944 cyklom za deň.



**Obrázok 17:** Spektrálne okno pre noc z 21.4.2009. Významná frekvencia v okolí 10 cyklov za deň zodpovedá aliasu dĺžky pozorovania (5/7).

Maximum DFT analýzy nám udáva frekvenciu  $24,944 \pm 0,013$  cyklov/deň a minimum PDM metódy zase  $24,944 \pm 0,012$  cyklov/deň. Podľa spektrálneho okna nie je táto frekvencia aliasom a zodpovedá skutočnosti. Dáta z noci 21.4.2009 (po odpočítaní trendu) sme nafázovali podľa tejto frekvencie (Obrázok 18), ktorej zodpovedá perióda pulzácií  $P_{\text{pulz}} = 0,040\ 089$  dňa, čo je 0,962 136 hodiny (asi 58 minút). Fázovú krivku pulzácií sme preložili sínusoidálnou funkciou:

$$f(\varphi) = \varphi_0 + A \sin \left[ \frac{\pi(x - x_C)}{w} \right] \quad (52)$$



**Obrázok 18:** Preloženie fázovej krivky pulzácií. Na zvislej osi udávame magnitúdu vzhľadom na trend jasnosti AO Ser z danej noci. Vodorovná os udáva fázu pulzácií.

Periódovú analýzu sme opakovali aj pre ostatné noci z výberu (Tabuľka 8).

Dátum	DFT - frekvencia (c/d)	PDM – frekvencia (c/d)	Body
25.1.2008	$32,911 \pm 0,014$	$34,712 \pm 0,025$	20
18.3.2008	$21,972 \pm 0,016$	$20,796 \pm 0,017$	54
31.3.2008	$24,821 \pm 0,050$	$24,675 \pm 0,033$	32
21.4.2009	$24,944 \pm 0,013$	$24,944 \pm 0,012$	90

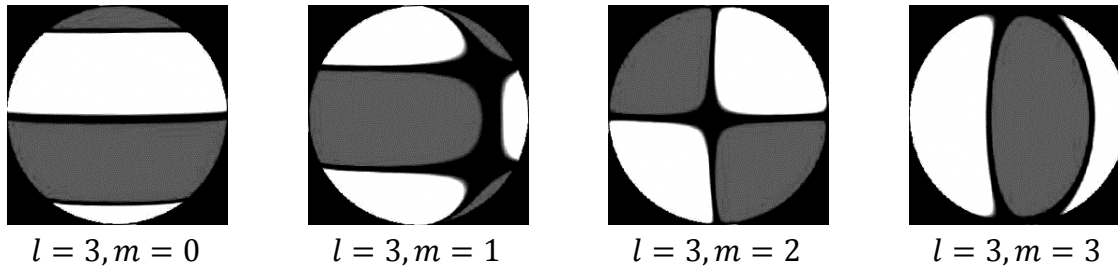
**Tabuľka 8:** Výsledky periódovej analýzy pre všetky zvolené noci, v poslednom stĺpci je počet použitých dátových bodov. Neistoty sú udávané pre polohu extrém.

Ako vidno, v prípade veľmi nízkeho počtu dát sa použité metódy vôbec nezhodli ani po odstránení aliasov dĺžky pozorovaní a časového rozlíšenia dát. Je pravda, že periód

nemusia byť konštantné pre každú noc. Sústredili sme sa preto na noc s najdlhším pozorovaním a zistili sme nasledovné amplitúdy pulzov v rôznych filtroch:

Filter	B	V	R <sub>C</sub>	I <sub>C</sub>
Rozptyl dát (mag)	0,02	0,02	0,02	0,04
Amplitúda preloženia (mag)	0,005	0,007	0,003	0,001

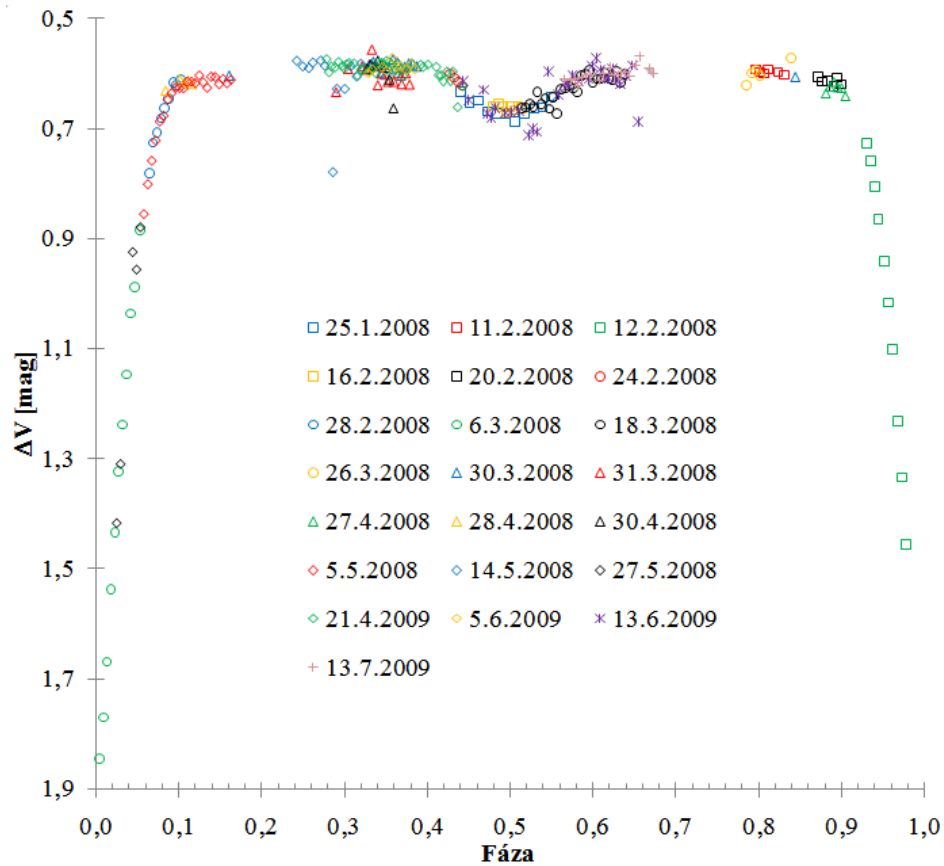
V dátach sme potvrdili jedinú pulzačnú periódu  $P_{\text{pulz}} = 0,040\,089\,8$  dňa. Z odhadovanej hmotnosti primárnej zložky (zo spektrálneho typu) a stredného polomeru primárnej zložky určeného z modelu odhadujeme hustotu hviezdy na  $\rho \cong 0,427\rho_{\odot}$ . Pre tieto pulzácie dostávame konštantu pulzácie (Fitch, 1981)  $Q = P_{\text{pulz}}\sqrt{\rho} = 0,026\,2$ . Z Fitchových tabuliek tejto hodnote najlepšie zodpovedajú modelové hodnoty pre hmotnosť  $2,5\mathcal{M}_{\odot}$  s neradiálnym módom  $p_1$  s  $l = 3$  (Obrázok 19). Presné módy by sa nám podarilo určiť len pomocou Dopplerovej tomografie zo spektroskopických pozorovaní.



**Obrázok 19:** Schematické znázornenie základných módov neradiálnych pulzácií pre príslušné harmonické funkcie  $Y(l, m)$ . Biele a šedé časti povrchu hviezdy pulzujú v opačnom smere, čierne oblasti reprezentujú uzlové kružnice.

Po potvrdení pulzácií sme sa zamerali na overenie fotometrického modelu AO Ser získaného Yangom et al. (2010). Naše rôzne modelovania pomocou programu ROCHE však ukazujú iný obraz o tejto hviezde, hlavne čo sa týka pomeru hmotností  $q$ . Jednotlivé modelové kombinácie zahŕňali kombinovanie našich  $UBI_C$  dát a VR kriviek Yangovho kolektívu pre rôzne pomery hmotností  $q$ , kompletne riešenie vlastnej  $UBVR_C I_C$  fotometrie s povoleným tretím svetlom aj bez neho.

Aj keď ide o sústavu s krátkou periódou (menej ako 1 deň), svetelná krivka jasne zodpovedá typu EA. Úseky medzi fázami minimím však nevykazujú rovnomerný svetelný tok, ako klasické EA svetelné krivky (Obrázok 3). Obe zjasnenia sú spôsobené reflexným efektom zložiek, ktoré sú dostatočne blízko, aby sa jav prejavil. Podľa Yanga et al. (2010) je v sústave prítomné tretie teleso na vzdialenej dráhe s periódou asi 17,32 rokov.



**Obrázok 20:** Rozloženie jednotlivých pozorovaní podľa orbitálnej fázy.

Našu analýzu sme začali odhadom možného pomeru hmotností zákrytovej dvojhviezdy. Keďže ide o sústavy typu Algol, nevieme dopredu predpovedať jej evolučný stav (menej hmotná zložka môže byť vyvinutá). Ak by sme však predpokladali platnosť vzťahu hmotnosť-svietivosť (53), môžeme z poklesu bolometrického toku v sekundárnom minime  $\Delta l_{II}$  odhadnúť pomer hmotností zložiek (55):

$$L \sim M^\alpha$$

$$\alpha = 2,3 ; M \leq 0,43 \mathcal{M}_\odot$$

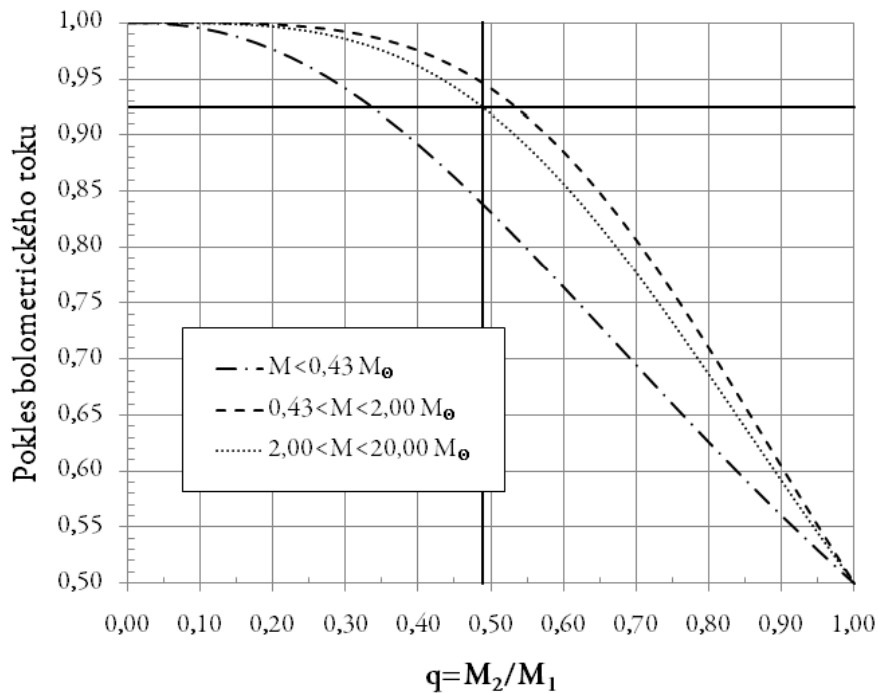
$$\alpha = 4,0 ; 0,43 \mathcal{M}_\odot < M \leq 2,00 \mathcal{M}_\odot$$

$$\alpha = 3,5 ; 2,00 \mathcal{M}_\odot < M \leq 20,00 \mathcal{M}_\odot$$
(53)

$$\Delta l_{II} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{l_1}{l_1 + l_2} = \frac{1}{q^\alpha + 1}$$
(54)

$$q = \left( \frac{1}{\Delta l_{II}} - 1 \right)^{\frac{1}{\alpha}}$$
(55)

K svetelnej krivke AO Ser vo V filtri sme pripočítali bolometrickú korekciu  $BC = -0,2$  pre spektrálny typ A2 (Cox, 2000) a odhadli hodnotu  $\Delta l_{II}$ . Na obrázku 21 vidno predpokladanú hodnotu  $q = 0,489 \pm 0,142$ . Odhadovanému spektrálnemu typu zodpovedá teplota primárnej zložky 9 000 K. Po prevedení nameraných delta magnitúd vo filtroch B a V na medzinárodný systém sme zistili hodnotu farebného indexu  $B - V \cong 0,066$ , čomu zodpovedá spektrálny typ A3 s teplotou 8 718 K (lineárne interpolované z Coxa, 2000). Teplotu primárnej zložky môžeme približne vyjadriť ako priemer týchto teplôt  $T_1 = 8 860$  K. Počiatočnú teplotu sekundárnej hviezdy sme odhadli podľa rovnice (51) na asi 4 780 K.



**Obrázok 21:** Očakávaný pomer hmotnosti AO Ser podľa rôznych závislostí hmotností od svietivosti (legenda). Hrubé rovné čiary reprezentujú zistený pokles bolometrického toku v sekundárnom minime a zodpovedajúci pomer hmotnosti podľa  $\alpha = 3, 5$ .

Keďže pozorovania vo filtri U sú najviac rozptýlené ( $\sigma = 0,027$ ) do modelovania sme zahrnuli aj svetelné krivky vo filtroch B a  $I_c$ . Efemeridu sme ponechali pevnú ako  $HJD_0 = 52\,500,404\,4 + E \times 0,879\,339\,8$ , zafixovali sme teplotu primárnej zložky  $T_1 = 8\,860$  K podľa predošlého odhadu. Exponenty gravitačného stemnenia sme ponechali pevné ako  $\alpha_1 = 1,0$  pre primárnu a  $\alpha_2 = 0,32$  pre sekundárnu zložku a bolometrické albedo na hodnotách  $A_1 = 1,0$  a  $A_2 = 0,56$  (Rucinski, 1969a). Ďalej sme optimalizovali pomer hmotností  $q$ , sklon dráhy  $i$ , Rocheove potenciály zložiek  $\Omega_{1,2}$ , teplotu sekundárnej zložky  $T_2$  a škálovanie svetelných tokov v jednotlivých filtroch. Výsledné fotometrické parametre modelu sú v tabuľke 9.

Parameter	UBVRI
$i(^{\circ})$	87,00(13)
$T_2(\text{K})$	4547(512)
$q = M_2/M_1$	0,3957(816)
$\Omega_1$	3,6909(2841)
$\Omega_2$	2,8961(2569)
$r_{1,\text{back}}$	0,312
$r_{1,\text{side}}$	0,308
$r_{1,\text{pole}}$	0,302
$r_{1,\text{point}}$	0,316
$r_{2,\text{back}}$	0,266
$r_{2,\text{side}}$	0,250
$r_{2,\text{pole}}$	0,244
$r_{2,\text{point}}$	0,276
$\Sigma(O - C)^2$	0,954

**Tabuľka 9:** Fotometrické parametre riešenia podľa rôznych vstupných údajov. Kvalita preloženia je závislá od šumu v dátach a presnosti jednotlivých svetelných kriviek.

Koeficient	U	B	V	R <sub>C</sub>	I <sub>C</sub>
$x'_1$	0,512	0,780	0,647	0,501	0,244
$y'_1$	0,131	0,309	0,278	0,229	0,153
$x'_2$	0,832	0,838	0,815	0,712	0,609
$y'_2$	-0,379	-0,160	0,023	0,125	0,170

**Tabuľka 10:** Koeficienty logaritmickej parametrizácie okrajového stemnenia v rôznych filtroch pre obidve zložky AO Ser interpolované z van Hammeho (1993) tabuliek.

Z fotometrického modelu sme vypočítali ďalšie odvodené parametre sústavy AO Ser. Za predpokladu, že hviezda neprešla obdobím prenosu hmoty medzi zložkami možno považovať základné fyzikálne parametre zložiek za podobné osamoteným hviezdám ležiacim na hlavnej postupnosti. Z efektívnej teploty primárnej zložky zodpovedajúcej spektrálnemu typu A2/3 možno z tabuliek (Cox, 2000) odhadnúť hmotnosť primárnej zložky na asi  $M_1 = 2,4 \mathcal{M}_{\odot}$ . Pre pomer hmotností  $q = 0,396$  nám potom vychádza  $M_2 = qM_1 = 0,95 \mathcal{M}_{\odot}$ . Potom môžeme na základe tretieho Keplerovho zákona odhadnúť veľkú polos  $a$  obežnej dráhy zložiek:

$$a^3 = G(M_1 + M_2) \left( \frac{P}{2\pi} \right)^2 \quad (56)$$

Pre odhad polosi dostávame  $a = 5,78 \mathcal{R}_\odot$ . Polomer zložiek vyjadríme podľa vzťahov (21) z vyjadreného povrchu alebo objemu hviezdy vypočítaných programom ROCHE. Pomocou Stefanovho-Boltzmannovho zákona:

$$L_{1,2} = 4\pi\sigma R_{1,2}^2 T_{1,2}^4 \quad (57)$$

Parameter	AO Ser	Parameter	AO Ser
$M_1(\mathcal{M}_\odot)$	2,4	$M_2(\mathcal{M}_\odot)$	0,95
$R_1(\mathcal{R}_\odot)$	1,78	$R_2(\mathcal{R}_\odot)$	1,47
$L_1(\mathcal{L}_\odot)$	17,48	$L_2(\mathcal{L}_\odot)$	0,83
$l_1/(l_1 + l_2)_U$	0,989(42)	$l_1/(l_1 + l_2)_B$	0,987(16)
$l_1/(l_1 + l_2)_V$	0,959(18)	$l_1/(l_1 + l_2)_R$	0,931(16)
$l_1/(l_1 + l_2)_I$	0,888(17)	$a(\mathcal{R}_\odot)$	5,781
$\log g_1(\text{cgs})$	4,2962	$\log g_2(\text{cgs})$	4,0555

**Tabuľka 11:** Niektoré vybrané odvodené parametre zákrytovej dvojhviezdy AO Ser.

Z rovnice (24) sme vypočítali bolometrické magnitúdy zložiek  $M_1^{\text{bol}} = 1,63$  mag a  $M_2^{\text{bol}} = 4,95$  mag. Podľa namodelovanej efektívnej teploty je sekundárna zložka pravdepodobne spektrálneho typu K4 (s neistotou od K1 po K8). Po odrátaní zodpovedajúcich bolometrických korekcií dostávame absolútne vizuálne magnitúdy zložiek  $M_{V1} = 1,83$  mag, resp.  $M_{V2} = 5,56$  mag. Z nich možno odhadnúť absolútnu vizuálnu magnitúdu tesnej sústavy:

$$M_{V1,2} - M_\odot = -2,5 \log\left(\frac{L_{1,2}}{\mathcal{L}_\odot}\right) \quad (58)$$

$$L_1 + L_2 = \mathcal{L}_\odot [10^{-0,4(M_{V1}-M_\odot)} + 10^{-0,4(M_{V2}-M_\odot)}]$$

Dosadením poslednej rovnice do  $M_V - M_\odot = -2,5 \log[(L_1 + L_2)/\mathcal{L}_\odot]$  a úpravou dostaneme:

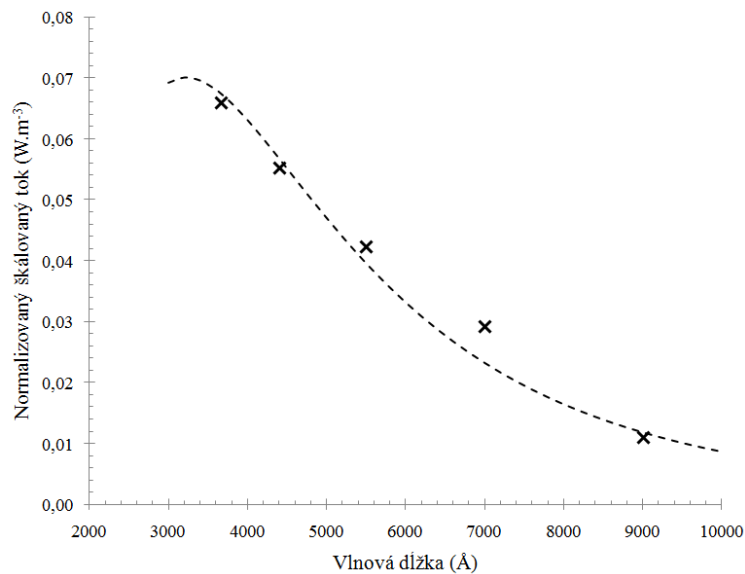
$$M_V = -2,5 \log(10^{-0,4M_1} + 10^{-0,4M_2}) \quad (59)$$

Podľa spektrálneho typu sekundárnej zložky dostávame hodnotu  $M_V = 1,799_{-0,009}^{+0,012}$  mag. Keďže nami pozorovaná vizuálna magnitúda je  $m_V \cong 11,05$  mag a zanedbáme neznámu hodnotu medzihviezdneho sčervenania  $A$ , môžeme odhadnúť aj maximálnu vzdialenosť dvojhviezdy pomocou  $M_V - m_V = 5 - 5 \log d$  na asi  $d = 708_{-4}^{+3}$  pc.

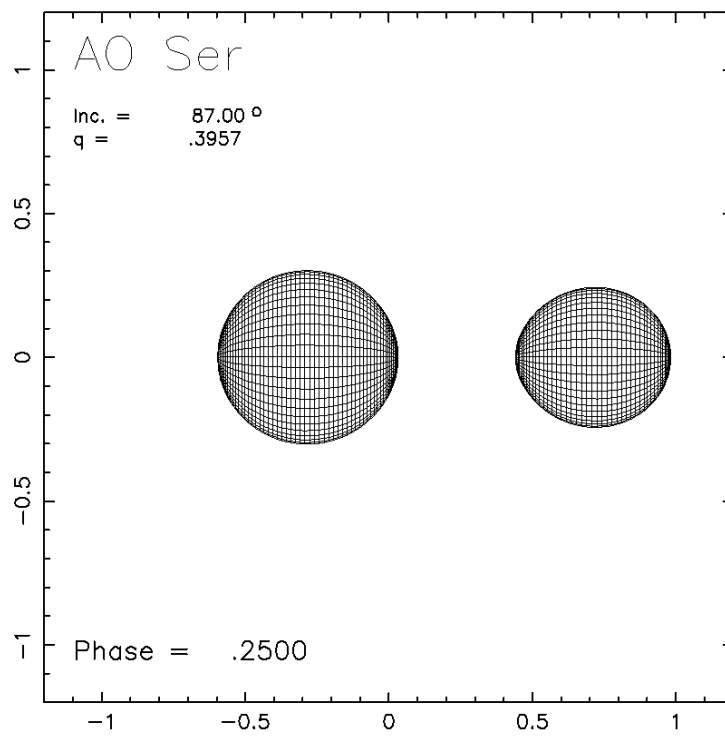
Skúšali sme aj modelovať sústavu AO Ser s prítomnosťou neznámeho tretieho svetla. Jeho efekt sa prejavil pripočítaním toku v jednotlivých filtroch a zmene pomeru hĺbok miním, čo viedlo k nižšiemu odhadu pomeru hmotností. V niektorých prípadoch sa nám nepodarilo nájsť vhodnú kombináciu fotometrických parametrov modelu na to, aby sme dostali fyzikálne riešenia, t.j. kladné hodnoty  $l_3/(l_1 + l_2)$ . Ostatné riešenia nám konvergovali s uvedenými hodnotami tretieho svetla pre jednotlivé filtre v okolí parametrov uvedených v tabuľke 12, ktoré sa v rámci neistôt nelíšia od riešenia bez tretieho svetla. Ak by sme tretiu hviezdu považovali za absolútne čierne teleso, z Planckovho zákona hrubo odhadneme jeho teplotu na asi 9 000 K (Obrázok 22). Pri nízkej svietivosti by však muselo ísť o malú hviezdu, maximálne  $R_3 \sim 0,4 R_\odot$ . Takýto hviezdny súputník je však málo pravdepodobný. Na definitívne vyriešenie problému s tretím svetlom budeme potrebovať spektroskopické pozorovania, z ktorých je možné presne zistiť podiel tretieho svetla a hlavne pomer hmotností.

Parameter	Hodnota	Parameter	Hodnota
$i(^{\circ})$	87,43(16)	$l_3/(l_1 + l_2)_U$	7%
$\Omega_1$	3,6624(3847)	$l_3/(l_1 + l_2)_B$	6%
$\Omega_2$	2,6541(2903)	$l_3/(l_1 + l_2)_V$	5%
$q = M_2/M_1$	0,3343(776)	$l_3/(l_1 + l_2)_R$	3%
$T_2(K)$	4620(492)	$l_3/(l_1 + l_2)_I$	1%

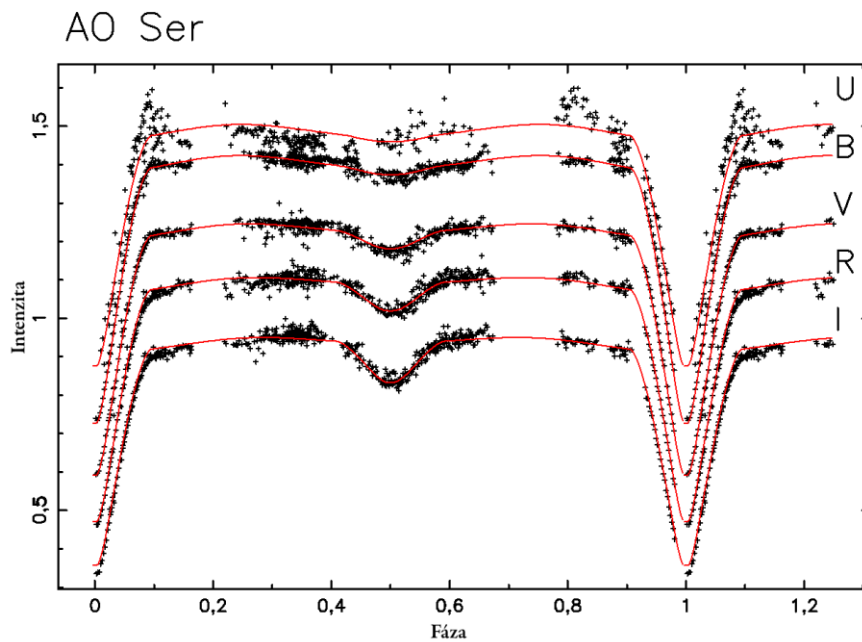
**Tabuľka 12:** Vybrané hlavné parametre riešení pre AO Ser s pridaným tretím svetlom



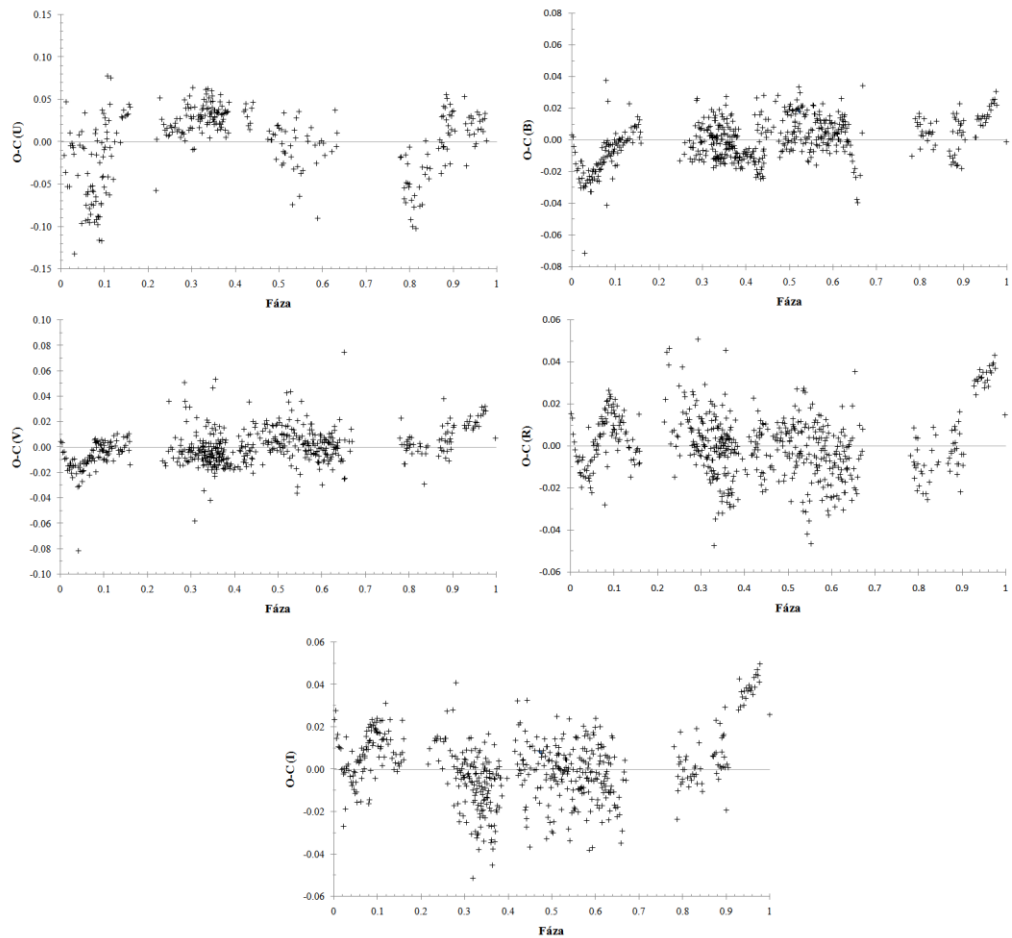
**Obrázok 22:** Porovnanie teoretického vyžarovania absolútne čierneho telesa (prerušovaná čiara) s teplotou 9 000 K s modelovanými hodnotami tretieho svetla (krížiky) pri AO Ser.



**Obrázok 23:** Trojrozmerný tvar zákrytovej dvojhviezdy AO Ser vo fáze  $\varphi = 0,25$  pre  $q = 0,3957$ . Dĺžky na osiach  $x - z$  sú udané v jednotkách dĺžky veľkej polosi  $a$ .



**Obrázok 24:** Preloženie našich dát výsledným riešením bez uvažovania tretieho svetla.



**Obrázok 25:** Súhrn O-C hodnôt preloženia modelu vo všetkých farbách (v poradí UBVR<sub>c</sub>I<sub>c</sub>). Najhoršie preloženie O-C zodpovedajú Johnsonovmu U filtru.

### 5.1.2 V2610 Ophiuchi (V2610 Oph)

Zákrytová premenná typu W UMa (EW) označená ako V2610 Oph (HD 162905) bola objavená pomocou projektu Stardial (Wils & Dvorak, 2003) spolu s dátami projektu ASAS-3. Odhadnutý spektrálny typ, K0, je však príliš neskorý pre orbitálnu periódu  $P = 0,426\ 51$  dňa (viď empirický vzťah 44).

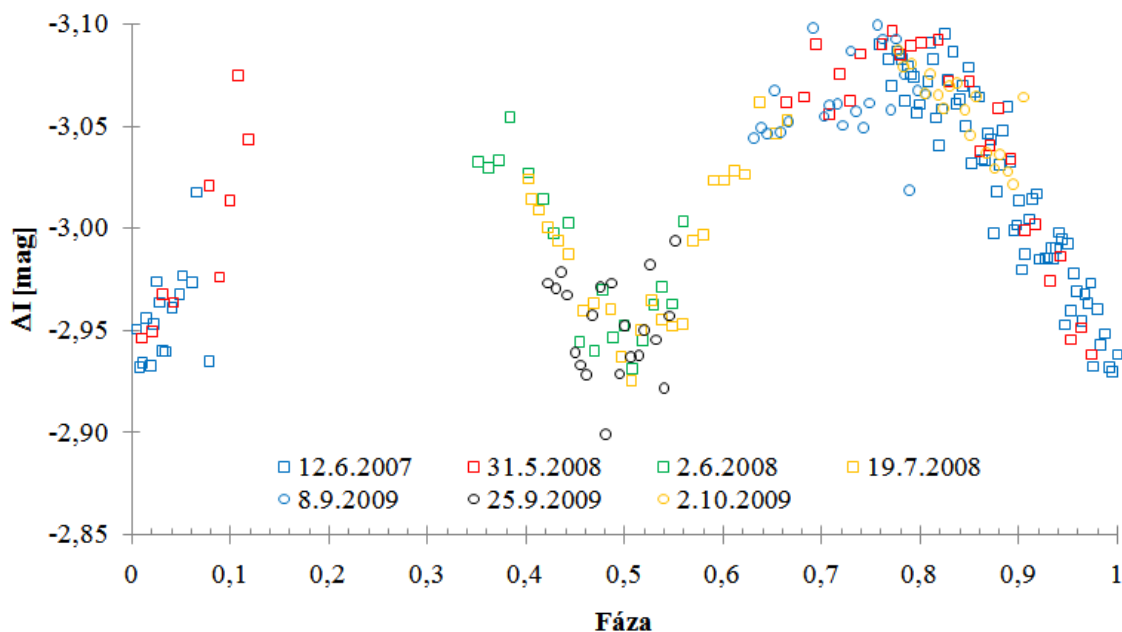
Nízka deklinácia  $\delta = -3^{\circ}54'55,334''$  naznačuje ťažkosti s pozorovaním v našej zemepisnej šírke. Hviezdna sústava je dostatočne pozorovateľná jedine od apríla do augusta. Zatiaľ jediné riešenie svetelnej krivky pomocou WD kódu urobili Tas a Evren (2006). Ich svetelná krivka v B, V, R farbách bola zostrojená z deviatich nocí v rokoch 2003 a 2005. Teplotu primárnej zložky odhadli na základe farebného indexu B-V na  $T_1 = 5\ 720$  K. Sklon sústavy odhadli na  $i = 54,22^{\circ} \pm 0,2^{\circ}$ . Takému sklonu dráhy však

zodpovedá neurčitost' v pomere hmotností  $q^{25}$ . Jeho hodnotu nakoniec zafixovali na  $q = 0,55$ , čo by zodpovedalo oddelenej sústave, blízko kontaktu. Na základe výslednej svetelnej krivky vidno, že horúcejšia zložka je zároveň aj hmotnejšia, čo zodpovedá typu A (Binnendijk, 1970). Z riešenia svetelnej krivky vyplynula efemerida:

$$\text{Min} = \text{HJD } 53\,565,458\,5 + 0,426\,511 \times E$$

Pozorovanému farebnému indexu  $B - V = 0,648$  mag celkom nezodpovedá odhadovaný farbený index z empirického vzťahu (44):  $(B - V)_0 = 0,547$  mag, čo je mierny indikátor prítomnosti tretieho telesa.

Hviezdu V2610 Oph sme pozorovali fotometricky v pavilóne G1 Astronomického ústavu SAV prevažne vo VR<sub>C</sub>IC filtroch počas 7 nocí (Obrázok 26). Pozorovanie v Johnsonovom B filtri si vyžadovalo príliš dlhé expozičné časy a tak v záujme lepšieho pokrytia ostatných troch filtrov sme ho vynechali. Podarilo sa nám zachytiť 5 okamihov miním (dva primárne a tri sekundárne). Z literatúry a internetu sa nám podarilo získať ďalšie minimá (Tabuľka 13) do O-C diagramu. Periódovou analýzou pomocou trigonometrického polynómu štvrtého stupňa z našich vlastných dát a z databázy ASAS<sup>26</sup> sme určili novú efemeridu  $\text{HJD} = 54\,020,551\,2 + 0,426\,514 \times E$ , ktorú sme použili pri konštrukcii O-C diagramu (Obrázok 27).



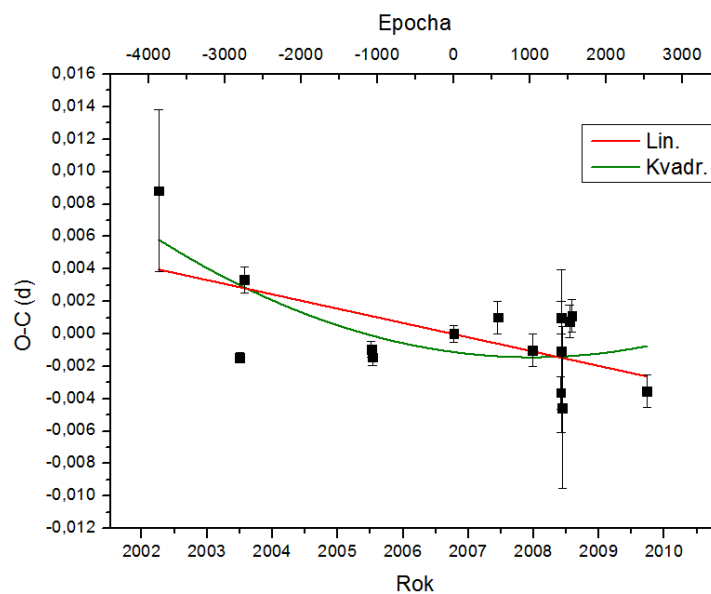
**Obrázok 26:** Fázové rozloženie pozorovaní sústavy V2610 Oph v jednotlivých nociach v pavilóne G1.

<sup>25</sup> Podľa práce Hambáleka (2006) je pre sklon  $i = 54^\circ$  možné získať uspokojivé riešenie svetelnej krivky pre  $q$  v rozsahu od 0,4 po 0,8.

<sup>26</sup> Z angl. „All Sky Automated Survey“ = celooblohová automatická prehliadka

HJD min	Neistota	Typ	O-C	Filtre	Zdroj
2 452 369,950 00	0,005	I	0,008 83	V	(Wils & Dvorak, 2003)
2 452 822,471 30	0,000 3	I	-0,001 46	UBVR	(Tas et al., 2004)
2 452 849,346 50	0,000 8	I	0,003 34	UBVR	(Tas et al., 2004)
2 453 558,422 10	0,000 5	II	-0,000 95	BVR	(Tas & Evren, 2006)
2 453 565,459 10	0,000 5	I	-0,001 43	BVR	(Tas & Evren, 2006)
2 454 020,337 95	0,000 5	II	0	V	ASAS
2 454 264,518 35	0,001	I	0,001 03	VR <sub>C</sub> I <sub>C</sub>	vlastné
2 454 461,565 90	0,001	I	-0,001 01	Spektroskopia	(Pribulla et al., 2009)
2 454 618,520 52	0,001	I	-0,003 62	VR <sub>C</sub> I <sub>C</sub>	vlastné
2 454 620,442 40	0,005	II	-0,001 06	V	Dubovský, P.
2 454 620,444 45	0,001	II	0,000 99	VR <sub>C</sub> I <sub>C</sub>	vlastné
2 454 627,476 40	0,005	I	-0,004 54	V	Dubovský, P.
2 454 667,360 80	0,001	II	0,000 78	VR <sub>C</sub> I <sub>C</sub>	vlastné
2 454 681,009 60	0,001	II	0,001 12	R <sub>C</sub>	Nagai, K.
2 455 100,268 42	0,001	II	-0,003 53	VR <sub>C</sub> I <sub>C</sub>	vlastné

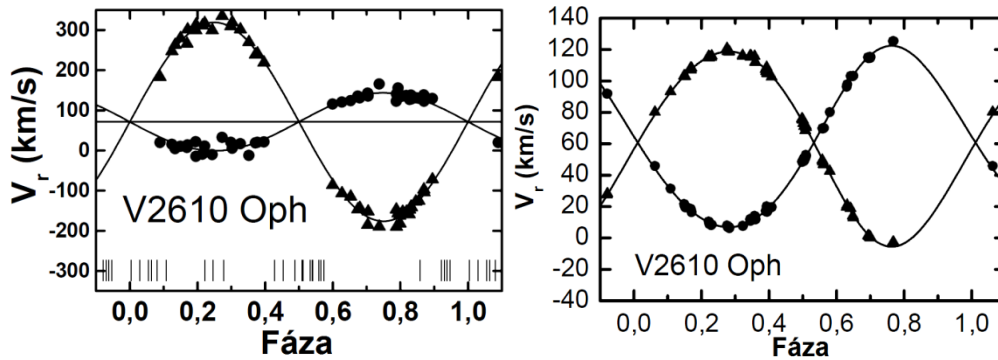
**Tabuľka 13:** Zozbierané okamihy míním a príslušné O-C hodnoty podľa efemeridy nájdených z dát ASAS, pozorované okamihy míním od pozorovateľov P. Dubovského a K. Nagaiho prevzaté z internetu (Paschke & Brát, 2010).



**Obrázok 27:** O-C diagram so všetkými dostupnými minimami pre sústavu V2610 Oph s lineárnym a kvadratickým preložením.

O-C diagram vykazuje postupnú zmenu periódy, čo viedlo k potrebe overiť prítomnosť tretieho telesa zo spektroskopie.

Funkcie rozšírenia (BF) zo spektier získaných školiteľom na David Dunlap Observatory (DDO) v Toronte boli extrahované z oblasti dlhej 240 Å v okolí horčíkového tripletu Mg I (5 167 Å, 5 173 Å a 5 184 Å) s efektívnou rozlišovacou schopnosťou  $R = 12\,000 - 14\,000$ . Jednotlivé spektrá boli pozorované v rozmedzí od júla 2007 do júla 2008 (Pribulla et al., 2009). Ich výsledky jasne dokazujú, že v prípade V2610 Oph ide o štvorhviezdnu sústavu zloženú zo zákrytovej dotykovej sústavy a oddelenej nezákrytovej dvojhviezdy, pretože ťažiskové rýchlosti oboch dvojhviezd sú navzájom blízke a značne vzdialené od nuly. Pôvodné čisto fotometrické riešenia sú teda absolútne nesprávne. Na obrázku 28 uvádzame namerané radiálne rýchlosti oboch tesných párov.



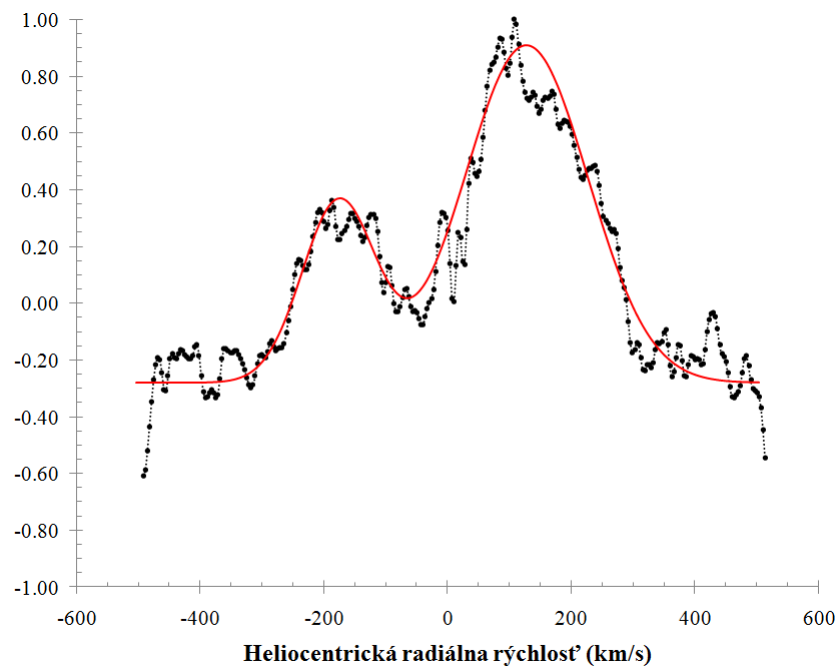
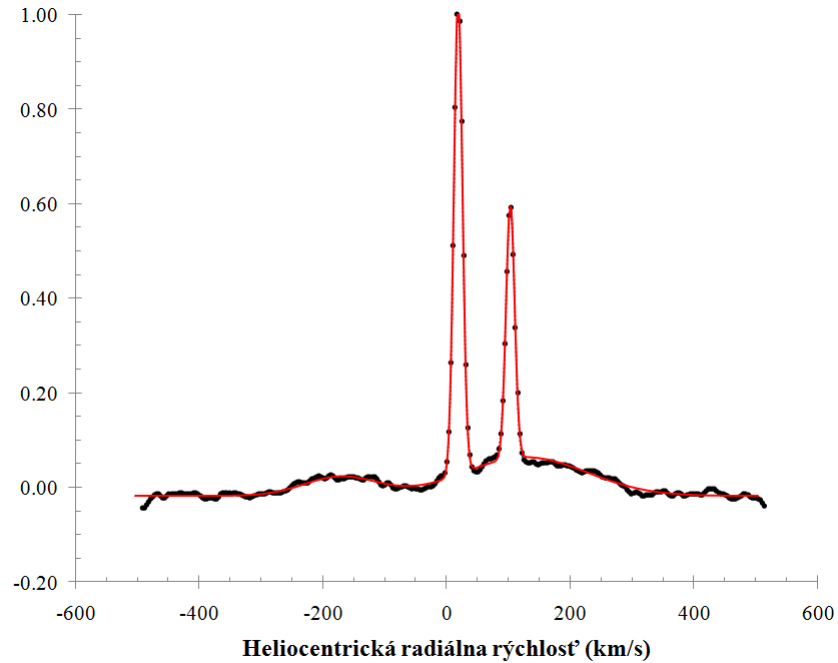
**Obrázok 28:** Radiálne rýchlosti zákrytovej dvojhviezdy (vľavo) a nezákrytovej dvojhviezdy (vpravo) tvoriacej štvorhviezdnu sústavu V2610 Oph. Obrázok prevzatý z (Pribulla et al., 2009)

Orbitálna perióda nezákrytovej dvojhviezdy je  $P_{34} = 8,47$  dňa. Spektroskopický pomer hmotností zákrytovej dvojhviezdy  $q_{12} = 0,289$  a priemet hmotností zložiek  $(M_1 + M_2) \sin^3 i = 1,408 \mathcal{M}_\odot$  naznačujú, že skutočný sklon  $i$  bude pravdepodobne oveľa vyšší, ako bolo predtým zistené. Extrahovaním BF zistili, že „tretie svetlo“ ( $l_3 + l_4$ ) z nezákrytovej sústavy výrazne ovplyvňuje pozorovanie zákrytovej dvojhviezdy, nakoľko pomer  $(l_3 + l_4)/(l_1 + l_2) > 1$ , teda nezákrytová zložka je jasnejšia.

Zo spektra V2610 Oph exponovaného (500 s) na LCO v Čile z dňa 20.4.2008 ( $\varphi = 0,347$ ) sme extrahovali funkciu rozšírenia a použili vyhladenie so  $\sigma = 2,0$  pixlu, čomu zodpovedá radiálna rýchlosť asi  $7 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$  blízka rozlišovacej schopnosti spektrografu. Normalizované BF sme preložili štyrmi Gaussovými funkciami (Obrázok 29):

$$y = \sum_{i=1}^4 \left[ A_i \exp \left( -\frac{(x - \mu_i)^2}{\sigma_i^2} \right) \right] + B \quad (60)$$

kde pre  $i$ -tu zložku sústavy definujeme amplitúdu  $A_i$  zodpovedajúceho gausiánu so stredom  $\mu_i$  a polšírkou  $\sigma_i$ , kde  $x$  predstavuje jednotlivé radiálne rýchlosti a  $B$  je úroveň pozadia.



**Obrázok 29:** Merané normalizované funkcie rozšírenia (čierne) a ich preloženie (červené). Úzke profily zodpovedajú nezákrytovej dvojhviezde. Dole BF zákrytovej dvojhviezdy po odstránení úzkych profilov druhého páru.

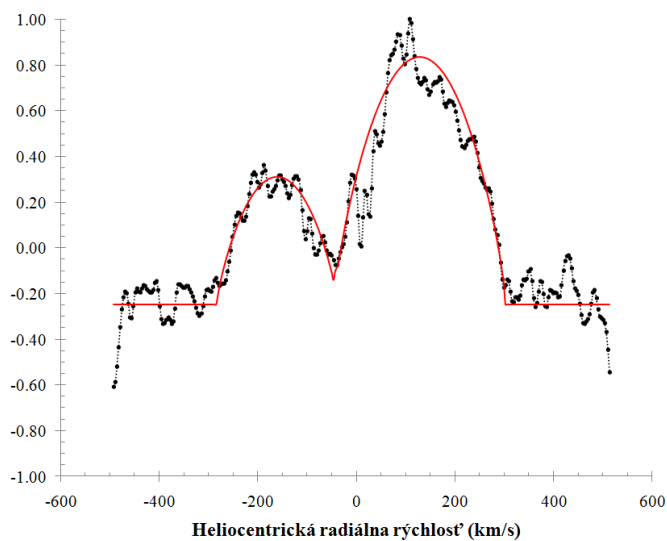
	Hviezda 1	Hviezda 2	Hviezda 3	Hviezda 4
<i>A</i>	0,082	0,041	0,997	0,537
$\mu$	127,159	-175,871	18,624	102,961
$\sigma$	140,969	84,118	9,859	9,858
<i>B</i>		-0,017		

**Tabuľka 14:** Parametre Gaussových profilov preloženia BF všetkých zložiek sústavy V2610 Oph. Veľičina  $\mu$  zodpovedá radiálnej rýchlosti zložky. Suma štvorcov reziduí bola menšia ako 0,0243.

Potom sme odpočítali tretiu a štvrtú zložku odrátaním ich preloženia z dát. BF sme vyextrahovali pre všetky spektroskopické porovnávacie štandardy, ktoré boli k dispozícii. Jednotlivé kvality preloženia zodpovedajúce použitému štandardu uvádzame v tabuľke 15.

Štandardná hviezda	Sp. typ	$\sum(O - C)^2$
HD 102870	F8V	3,266
HD 106742	G0V	2,627
HD 150698	G2-3V	4,787
HD 110420	G8,5V	9,268
HD 80883	K0V	16,289

**Tabuľka 15:** Kvalita preloženia podľa použitého štandardu radiálnych rýchlostí



**Obrázok 30:** Preloženie (červené) normalizovanej funkcie rozšírenia zákrytovej dvojhviezdy v sústave V2610 Oph rotačným profilom. BF bola vyextrahovaná zo spektra zodpovedajúceho orbitálnej fáze zákrytovej dvojhviezdy  $\varphi = 0,347$  s použitím štandardu HD 106742.

Pre presnejšie zisťovanie radiálnych rýchlostí preložíme BF pomocou Rucinského rotačných profilov (Rucinski & Staniucha, 1981):

$$y = y_1 + y_2 + B$$

$$y_i = A_i \frac{(1-u) \sqrt{1 - \left(\frac{x - \mu_i}{\sigma_i}\right)^2} + \frac{\pi}{4} u \left[1 - \left(\frac{x - \mu_i}{\sigma_i}\right)^2\right]}{1 - u \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)}; \quad |x - \mu_i| \leq \sigma_i \quad (61)$$

kde parametre  $A_i$ ,  $\mu_i$ ,  $\sigma_i$  a  $B$  majú podobný význam ako v prípade gausiánu (60). Parameter  $u$  je lineárny koeficient okrajového stemnenia. Pre oblasť tripletu Mg I jeho hodnotu odhadujeme na  $u = 0,750$ . Na obrázku 30 ilustrujeme takéto preloženie spektra z 20. apríla 2008 z LCO, Čile.

Najlepší výsledok preloženia zodpovedá spektrálnemu typu G0V. Na základe toho zafixujeme do modelovania svetelných kriviek teplotu primárnej zložky na 5 940 K. Ďalej z podielov plôch pod jednotlivými gausiánmi určíme hodnoty tretieho svetla:  $l_3/(l_1 + l_2) = 0,7089$ ,  $l_4/(l_1 + l_2) = 0,3819$  a  $(l_3 + l_4)/(l_1 + l_2) = 1,0908$ .

Keďže magnitúda štvorhviezdy V2610 Oph vo V filtri dosahuje v maxime  $m_V = 9,06$  mag je možné z pomeru svetelných tokov zložiek určiť magnitúdy oboch dvojhviezd (63) riešením sústavy rovníc:

$$m_{V1234} = -2,5 \log(10^{-0,4m_{V12}} + 10^{-0,4m_{V34}})$$

$$m_{V34} - m_{V12} = -2,5 \log\left(\frac{l_3 + l_4}{l_1 + l_2}\right) \quad (62)$$

Jej riešením dostaneme:

$$m_{V12} = m_{V1234} + 2,5 \log\left(1 + \frac{l_3 + l_4}{l_1 + l_2}\right)$$

$$m_{V34} = m_{V12} - 2,5 \log\left(\frac{l_3 + l_4}{l_1 + l_2}\right) \quad (63)$$

Teda pre jednotlivé dvojhviezdy:  $m_{V12} \cong 9,86$  mag, resp.  $m_{V34} \cong 9,77$  mag. Nami zmerané amplitúdy zmien jasnosti celej sústavy V2610 Oph v jednotlivých filtroch sú:  $\Delta V \cong 0,27 \pm 0,01$  mag,  $\Delta R_C \cong 0,27 \pm 0,01$  mag a  $\Delta I_C \cong 0,27 \pm 0,01$  mag. Tokovinino-ve pozorovania (Tokovinin, 2009) na CTIO pomocou škvŕnkovej interferometrie rozlíšili V2610 Oph ako vizuálnu dvojhviezdu (Tabuľka 16). Obidva tesné páry ostali nerozlíšené. Vzájomná separácia  $\rho$  dvojhviezd je na úrovni 0,1". Pozičný uhol  $\theta$  sa v priebehu dvoch dní nezmenil. Problematickým však ostáva ich určenie rozdielu magnitúd. Z Pogsonovej rovnice by to znamenalo, že tretie svetlo v sústave je takmer  $l_{34}/l_{12} = 2,5!$  Ak predpokladáme, že slabšia zložka je zákrytová dvojhviezda.

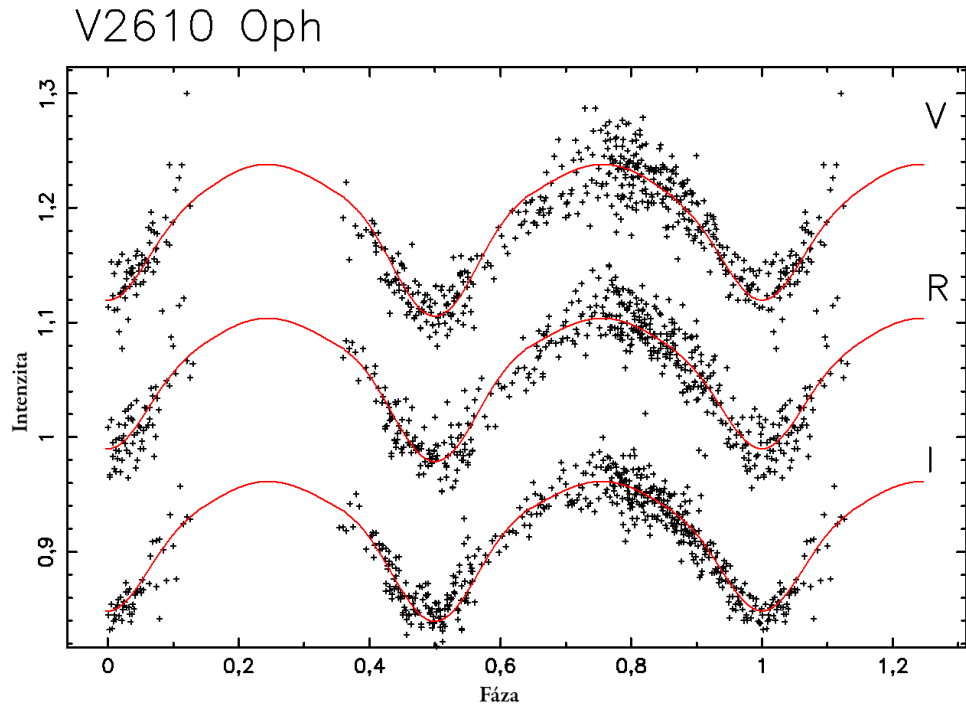
Dátum	$\theta(^{\circ})$	$\rho('')$	$\Delta m$ (mag)
2009,3480	148,9(7)	0,1138(30)	0,92(5)
2009,3534	147,4(9)	0,1074(57)	0,99(2)

**Tabuľka 16:** Výsledky škvrnkovej interferometrie pre zložky sústavy V2610 Oph

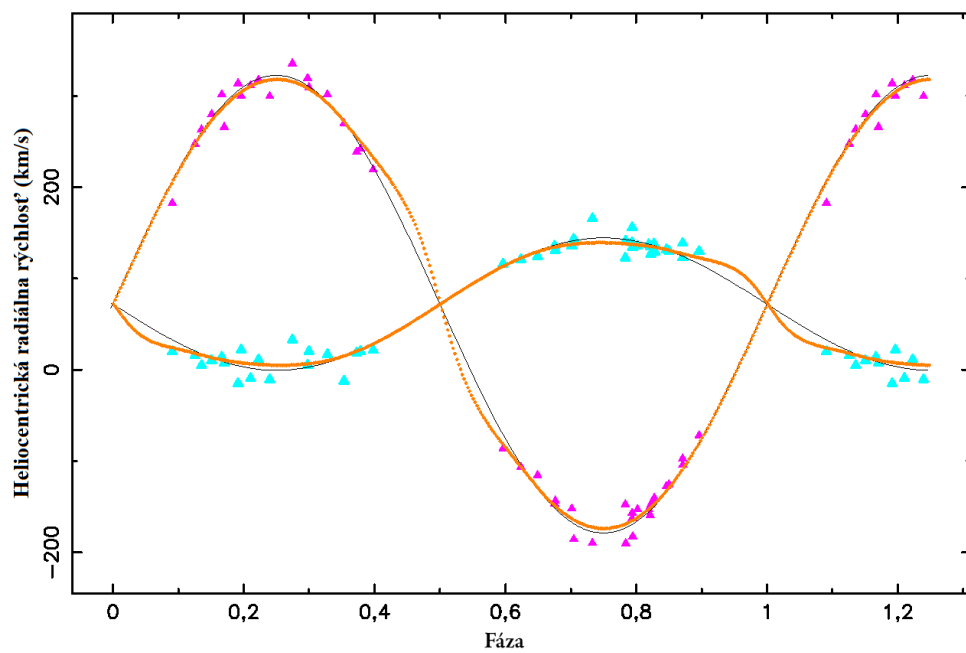
Pri modelovaní svetelnej krivky prijmem ako počiatočné hodnoty spektroskopické parametre zákrytovej dvojhviezdy  $K_1 + K_2 = 320 \text{ km.s}^{-1}$  a získanú efemeridu, aby sme mohli určiť z kriviek radiálnych rýchlostí správny pomer hmotností. Pri ďalšom modelovaní ponecháme zafixovanú periódu  $P$  a hodnotu  $q = 0,289$ , pretože koreluje s tretím svetlom  $l_{34}$  a sklonom dráhy  $i$ . Modelovanie bez uvažovania tretieho svetla (Tas & Evren, 2006), však udáva nesprávny sklon  $i \sim 55^{\circ}$ . Na začiatku necháme tretie svetlo ako voľný parameter, aby sme modelovali vzájomné pomery tretích svetiel v jednotlivých filtroch. Hodnotu tretieho svetla pre V filter (blízky použitému úseku spektra) zistíme z extrahovaných funkcií rozšírenia:  $l_{3,V} = 1,0908$ . Tretie svetlo v ostatných dvoch farbách škálujeme pomocou zistených pomerov. Z Rocheových potenciálov (Tabuľka 17) vyplýva, že zákrytová dvojhviezda je kontaktná (Obrázok 33).

Parameter	V2610 Oph <sub>12</sub>
$i(^{\circ})$	71,50(11)
$T_2(\text{K})$	6157(785)
$q = M_2/M_1$	0,2890
$\Omega_1 = \Omega_2$	2,4418(54)
$K_1 + K_2(\text{km/s})$	322,92(97)
$\gamma(\text{km/s})$	71,89(38)
$r_{1,\text{back}}$	0,519
$r_{1,\text{side}}$	0,494
$r_{1,\text{pole}}$	0,459
$r_{1,\text{point}}$	0,624
$r_{2,\text{back}}$	0,302
$r_{2,\text{side}}$	0,269
$r_{2,\text{pole}}$	0,259
$r_{2,\text{point}}$	0,376
$\Sigma(O - C)^2$	0,499

**Tabuľka 17:** Parametre fotometrického modelu pre zákrytový pár štvorhviezdy V2610 Oph



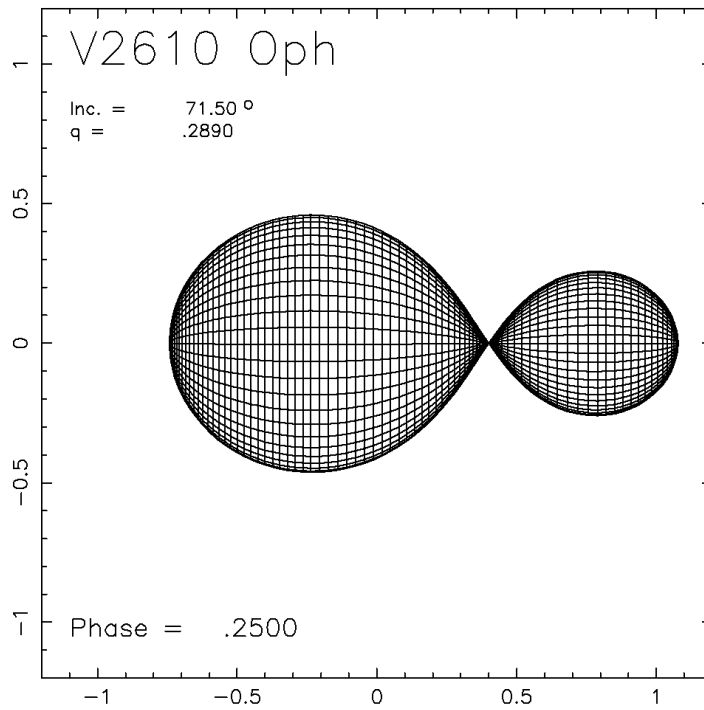
**Obrázok 31:** Svetelné krivky štvorhviezdnej sústavy V2610 Oph a ich najlepšie preloženie



**Obrázok 32:** Merané radiálne rýchlosti zákrytovej dvojhviezdy zo sústavy V2610 Oph a ich preloženie fotocentrickými (žlté) krivkami radiálnych rýchlostí. Barycentrické (čierne) teoretické krivky sú uvedené pre ilustráciu. Modré body zodpovedajú primárnej zložke, fialové sekundárnej.

Parameter	V2610 Oph <sub>12</sub>
$M_1(\mathcal{M}_\odot)$	1,353
$M_2(\mathcal{M}_\odot)$	0,391
$R_1(\mathcal{R}_\odot)$	1,412
$R_2(\mathcal{R}_\odot)$	0,799
$\log g_1$ (cgs)	4,2219
$\log g_2$ (cgs)	4,1953
$L_1(\mathcal{L}_\odot)$	2,25
$L_2(\mathcal{L}_\odot)$	0,84
$a(\mathcal{R}_\odot)$	2,8694
$l_1/(l_1 + l_2)_V$	0,728(56)
$l_1/(l_1 + l_2)_R$	0,735(48)
$l_1/(l_1 + l_2)_I$	0,741(55)
$(l_3 + l_4)/(l_1 + l_2)_V$	1,0908
$(l_3 + l_4)/(l_1 + l_2)_R$	1,1868
$(l_3 + l_4)/(l_1 + l_2)_I$	1,1857

**Tabuľka 18:** Odvođené a absolútne parametre zložiek zákrytového páru sústavy V2610 Oph



**Obrázok 33:** Trojrozmerný model zákrytovej dvojhviezdy sústavy V2610 Oph v orbitálnej fáze  $\varphi = 0,25$

Koeficient	V	R <sub>C</sub>	I <sub>C</sub>
$x'_1$	0,748	0,636	0,520
$y'_1$	0,251	0,258	0,269
$x'_2$	0,732	0,621	0,498
$y'_2$	0,264	0,267	0,274

**Tabuľka 19:** Koeficienty logaritmického gravitačného stemnenia použité pri modelovaní

Pri ďalšej optimalizácii tretieho svetla pri zafixovanom pomere hmotností  $q$  a sklone dráhy  $i$ , sa hodnoty  $l_3$  pohybovali v jednotlivých filtroch s neistotou  $\pm 5\%$ .

### 5.1.3 WY Cancri (WY Cnc)

Premenlivosť WY Cnc (BD+28°1706) s periódou  $P = 0,829$  dňa objavil Hoffmeister (1949) a ako typ Algol (EA) ju klasifikoval Kippenhahn (1953). Popper (1976) určil jej spektrálny typ na G5 a zaradil ju k objektom emitujúcim v Ca H a K čiarach. Na základe toho bola táto dvojhviezda zaradená Hallom (1976) medzi „krátkoperiodické“ premenné typu RS CVn.

Awadalla a Budding (1979) získali BV fotometriu WY Cnc a zistili, že sa jedná o úplne zákrytovú sústavu (sklon dráhy  $i \approx 90^\circ$ ), kde primárne minimum je tranzitom menej hmotnej zložky. Spektroskopické pozorovania, ktoré získali sú však prakticky nepoužiteľné.

Twigg a Rafert (1980) poukázali, že WY Cnc vykazuje anomálne koeficienty okrajového stemnenia (v porovnaní s teoretickými). Príčinou by podľa nich mohla byť svietajúca akreujúca hmota.

Budding a Zeilik (1987) odhadli teploty oboch zložiek na  $T_1 = 5\,500$  K a  $T_2 = 3\,500$  K. Na svetelnej krivke na okraji minima sa vyskytuje aj skosenie plynulého trendu. Zeilik et al. (1989) to odôvodnili prítomnosťou tmavej aktívnej oblasti s teplotou  $T = (3\,970 \pm 1\,550)$  K.

Arévalo a Lázaro (1990) urobili prvú infračervenú fotometriu WY Cnc s takmer celým fázovým pokrytím. Sekundárne minimum vykazovalo väčšiu asymetriu v J filtri ako v K filtri. Pred primárnym minimom sa ukazovalo zjasnenie, ale iba vo filtri J. Relatívne polomery zložiek určili s neistotou  $\pm 0,002$  na  $r_1 = 0,236$  a  $r_2 = 0,137$  v J filtri, resp.  $r_1 = 0,242$  a  $r_2 = 0,140$  v K filtri. Pri riešení predpokladali úplné zákryty.

Zeilik, Cox a Ledlow (1990) zistili prítomnosť aktívnych oblastí v nízkych hviezdnych šírkach okolo  $15^\circ$ , čo podľa nich poukazuje na posun šírkových pásov podobne ako na Slnku. Veľkosť oblastí sa menila približne od  $5^\circ$  do  $10^\circ$ .

Dlhodobé zmeny svetelnej krivky WY Cnc interpretované prítomnosťou chladných fotosférických škvŕn prezentovali Heckert et al. (1998). Autori zistili, že povrchové konfigurácie škvŕn sú stabilné na časovej škále rokov a že zmeny svetelnej krivky nie je možné úplne vysvetliť len prítomnosťou škvŕn. Nimi odhadnuté hmotnosti zložiek sú  $M_1 = 0,81M_\odot$  a  $M_2 = 0,31M_\odot$  a polomerov  $R_1 = 0,93R_\odot$ , resp.  $R_2 = 0,58R_\odot$ .

Kozhevnikova et al. (2006) na svetelnej krivke WY Cnc z 19. februára 2006 objavili krátko po primárnom minime ( $\varphi = 0,10^\circ$ ) náhle zjasnenie o 0,134 mag (B filter) s následným asi hodinovým pomalým poklesom. Podobný efekt zaznamenal Zeilik et al. (1983) v prípade RS CVn dvojhviezdy XY UMa. V oboch prípadoch analýza naznačila, že k vzplanutiam došlo na hemisférach s prítomnosťou škvŕn.

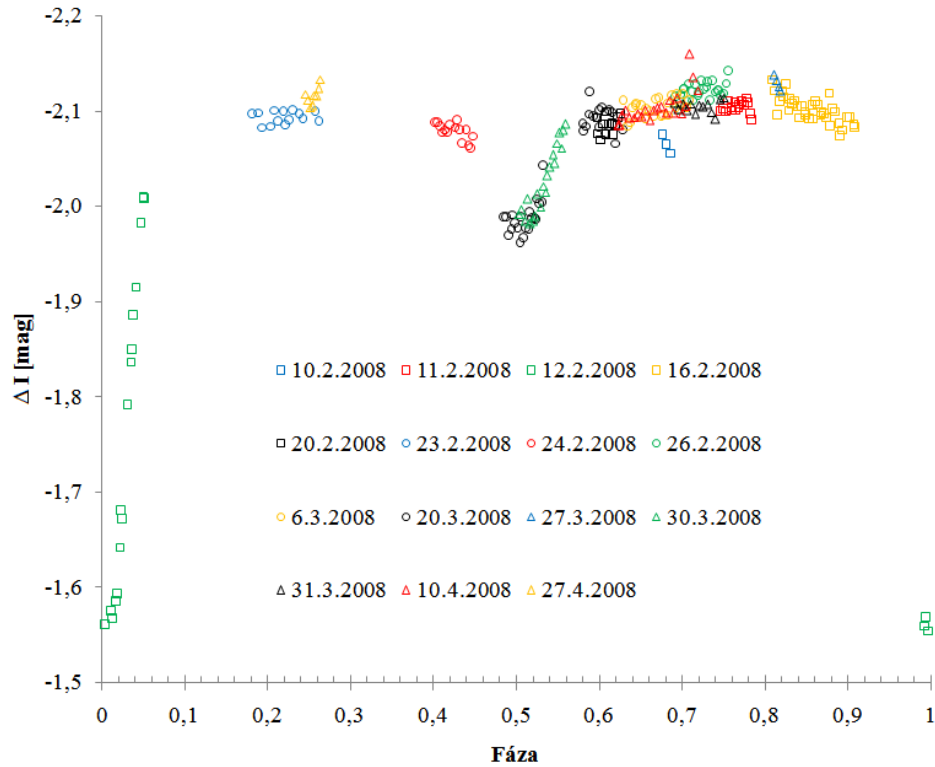
Spektroskopický výskum WY Cnc je komplikovaný veľkým rozdielom teplôt zložiek. Spektroskopické elementy pre primárnu zložku, ktoré určil Awadalla a Budding (1979),  $K_1 = -92,8 \pm 28,0 \text{ km s}^{-1}$ ;  $\gamma = 29,7 \pm 18,8 \text{ km s}^{-1}$  sú prakticky nepoužiteľné. Až Pojmański (1998) určil zo spektroskopie prijateľné hodnoty  $K_1 = 93,0 \pm 1,2 \text{ km s}^{-1}$  a  $\gamma = -12,7 \pm 1,0 \text{ km s}^{-1}$ . Metódou kroskorelácie (CCF) spektra sekundárnej zložky so vzorovým spektrom hviezdy spektrálneho typu K2 sa autorovi podarilo určiť  $K_2 = 181,0 \pm 5,5 \text{ km s}^{-1}$ . Tomu zodpovedá pomer hmotností  $q = 0,514$ . Neskôr Kjurkchieva et al. (2004) spresnili spektroskopický pomer hmotností na  $K_1 = 88,3 \pm 1,2 \text{ km s}^{-1}$ ,  $K_2 = 160,0 \pm 1,9 \text{ km s}^{-1}$  a teda  $q = 0,552$ . Autori na základe svetelných kriviek z rokov 1998 a 2003 zistili, že škvŕny sa vyskytujú aj na vysokých šírkach (do  $75^\circ$ ).

Do roku 1986 bola orbitálna perióda považovaná za konštantnú. Faulkner (1986) však v O-C diagrame zistil negatívne posuny asi -7 minút. Albayrak et al. (1999) interpretovali pozorované zmeny periódy WY Cnc prítomnosťou tretieho telesa (tzv. LITE). Autori určili aj parametre dráhy WY Cnc okolo spoločného ťažiska s neviditeľnou zložkou:  $A = 0,0101$  dňa;  $P = 82,88$  rokov;  $a_{12} = 1,75$  AU; minimálna hmotnosť  $M_3 \sin i = 0,13 M_\odot$ ;  $K_{12} = 0,6 \text{ km s}^{-1}$ .

Paralaxa bola určená družicou Hipparcos (Perryman et al., 1997) na  $\pi = 11,76 \pm 1,72$  mas, vzdialenosť WY Cnc od Slnka je teda približne 85 pc.

Naše fotometrické dáta sme získali vo farbách BVR<sub>C</sub>I<sub>C</sub>, s dôrazom na červený koniec spektra nakoľko ide o hviezdu s neskorým spektrálnym typom. Celkovo sme sústavu pozorovali počas 19 nocí v priebehu troch mesiacov od začiatku februára do konca apríla roku 2008, ale na spracovanie sme použili len 15 nocí s najlepšimi poveternostnými podmienkami. Prehľad pokrytia jednotlivých fáz pozorovaniami je na obrázku 34.

Na sfázovanie svetelných kriviek sme použili periódu získanú na základe O-C dát z databázy Kreiner et al. (2001) a vypočítali sme lineárnu efemeridu pre naše dáta:  $HJD = 2\,452\,500,780\,7 + 0,829\,367\,4 \times E$ . Pomer hmotností sme zafixovali na hodnote  $q = 0,552$  (Kjurkchieva et al., 2004). Napriek indikáciám tretieho telesa sme tretie svetlo neuvažovali, nakoľko by vnieslo do riešenia značné neistoty v parametroch a malo by len škálovací aditívny charakter.



**Obrázok 34:** Fázová svetelná krivka WY Cnc. Zobrazené sú len pozorovania z nocí, ktoré boli využité na analýzu.

Ak z Pogsonovej rovnice  $m_V - M_V = -5 + 5 \log d$  dosadením vzdialenosti  $d = 85$  pc a pozorovanej magnitúdy  $m_V = 9,47$  vyjadríme absolútnu vizuálnu magnitúdu sústavy WY Cnc  $M_V = 4,82$  a pre minimálnu hmotnosť tretej zložky  $M_3 = 0,13 \mathcal{M}_\odot$  odhadneme pre spektrálny typ M5V  $M_{V3} = 12,3$  (Cox, 2000), potom pomer svetelného toku tretieho telesa k svetelnému toku celej sústavy bude zanedbateľný:

$$\frac{\mathcal{F}_3}{\mathcal{F}_{123}} = 10^{-0,4(12,3-4,82)} \sim 0,001 \quad (64)$$

Modelovanie sme začali pri fixnej efemeride, albedá zložiek sme ponechali na hodnote  $A_1 = A_2 = 0,5$  a koeficienty gravitačného stemnenia na 0,32 čo zodpovedá konvektívnej obálke. Teplotu primárnej zložky sme ponechali na 5 560 K (podľa spektrálneho typu G5V). Optimalizovali sme však svetelné toky z oboch zložiek pre správne naškáľovanie úrovne v jednotlivých farbách. Prvé riešenia sme spustili bez prítomnosti škvŕn a po ich skonvergovaní sme postupne pridávali škvŕny a optimalizovali spolu s ostatnými parametrami, ako boli teplota sekundárnej zložky  $T_2$  a sklon sústavy  $i$ .

Amplitúda O'Connellvho efektu v rôznych filtroch umožňuje určiť teplotný faktor  $t_f$  škvŕny a jej uhlový polomer  $\rho_s$ . Určenie uhlovej šírky škvŕny  $\theta_s$  len

z fotometrických pozorovaní je problematické. Je to možné len v prípade, že je daná škvrna zakrývaná v čase minima.

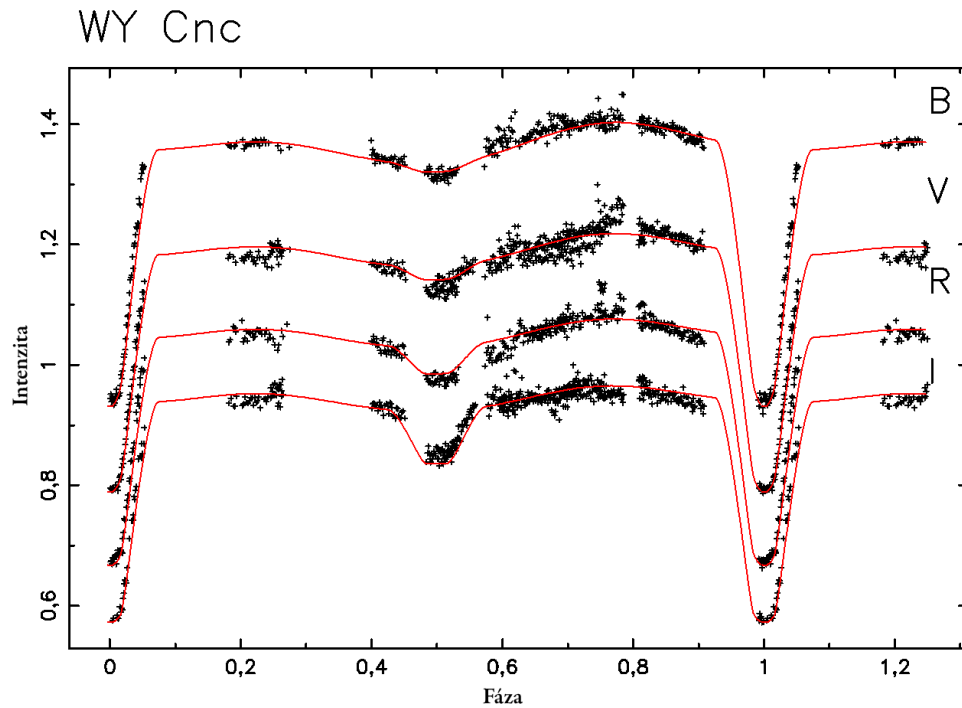
Najprv sme umiestnili jednu škvru s približne určenou  $\lambda_s = 180^\circ$  na rovník  $\theta_s = 0,0$  s počiatočným  $t_f = 0,9$ . Na vysvetlenie pozorovaného tvaru svetelnej krivky sme pridali ďalšiu škvru s rovnakými parametrami posunutú na asi  $\lambda_s = 275^\circ$ . Optimalizovali sme v každom kroku parametre vždy naraz len pre jednu škvru. Konečný výsledok preloženia je na obrázku 35. Zodpovedajúce výsledné parametre fotometrického modelu uvádzame v tabuľke 20 a interpolované logaritmické koeficienty okrajového stemnenia v tabuľke 21.

Parameter	WY Cnc
$i(^{\circ})$	88,99(13)
$T_2(\text{K})$	3528(549)
$q = M_2/M_1$	0,5520
$\Omega_1$	4,53(29)
$\Omega_2$	4,77(19)
$r_{1,\text{back}}$	0,256
$r_{1,\text{side}}$	0,253
$r_{1,\text{pole}}$	0,250
$r_{1,\text{point}}$	0,258
$r_{2,\text{back}}$	0,157
$r_{2,\text{side}}$	0,156
$r_{2,\text{pole}}$	0,155
$r_{2,\text{point}}$	0,158
$\Sigma(O - C)^2$	0,611

**Tabuľka 20:** Parametre fotometrického modelu pre hviezdu WY Cnc.

Koeficient	B	V	R <sub>C</sub>	I <sub>C</sub>
$x'_1$	0,841	0,773	0,662	0,553
$y'_1$	0,067	0,211	0,230	0,248
$x'_2$	0,860	0,837	0,762	0,599
$y'_2$	0,361	0,251	0,318	0,379

**Tabuľka 21:** Interpolované logaritmické koeficienty gravitačného stemnenia pre kombináciu **T** a **log g** oboch zložiek.



**Obrázok 35:** Preloženie našich dát výsledným riešením.

Parameter	WY Cnc
$M_1(\mathcal{M}_\odot)$	0,848
$M_2(\mathcal{M}_\odot)$	0,468
$R_1(\mathcal{R}_\odot)$	1,030
$R_2(\mathcal{R}_\odot)$	0,635
$\log g_1$ (cgs)	4,3325
$\log g_2$ (cgs)	4,4993
$L_1(\mathcal{L}_\odot)$	0,89
$L_2(\mathcal{L}_\odot)$	0,06
$a(\mathcal{R}_\odot)$	4,0693
$l_1/(l_1 + l_2)_B$	0,980(30)
$l_1/(l_1 + l_2)_V$	0,965(18)
$l_1/(l_1 + l_2)_R$	0,940(16)
$l_1/(l_1 + l_2)_I$	0,896(12)

**Tabuľka 22:** Odvođené parametre pre WY Cnc

Parametre modelu nám v tomto prípade vyšli mierne odlišné, ako sa uvádza v starších prácach (Tabuľka 23). Pri príliš nízkej teplote primárnej zložky sa nám nepodarilo získať stabilné riešenie svetelnej krivky. V prípade primárnej teploty zafixovanej v okolí

5 000 K nám model divergoval. Porovnali sme vypočítané absolútne parametre zložiek s očakávanými hodnotami pre hlavnú postupnosť (Cox, 2000).

$i(^{\circ})$	$q$	$r_1(a)$	$r_2(a)$	$T_1(K)$	$T_2(K)$	Referencie
90	0,57	0,25	0,15	5520	3480	(Awadalla & Budding, 1979)
86	0,59	0,25	0,16	5500	4000	(Budding & Zeilik, 1987)
90	0,38	0,24	0,15	5520	4000	(Zeilik et al., 1990)
89	...	0,24	0,14	5500	3500	(Arévalo & Lázaro, 1990)
89,6	0,586	0,241	0,157	5520	3480	(Rao et al., 1991)
90	0,38	0,24	0,15	5500	4000	(Heckert et al., 1998)
90	0,51	...	...	...	...	(Pojmański, 1998)
...	0,59	...	...	...	...	(Arévalo & Lázaro, 1999)
88	0,552	0,26	0,16	5500	4000	(Kjurkchieva et al., 2004)
89	0,552	0,253	0,156	5560	3528	táto práca

**Tabuľka 23:** Porovnanie nášho modelového riešenia s rôznymi historickými prácami

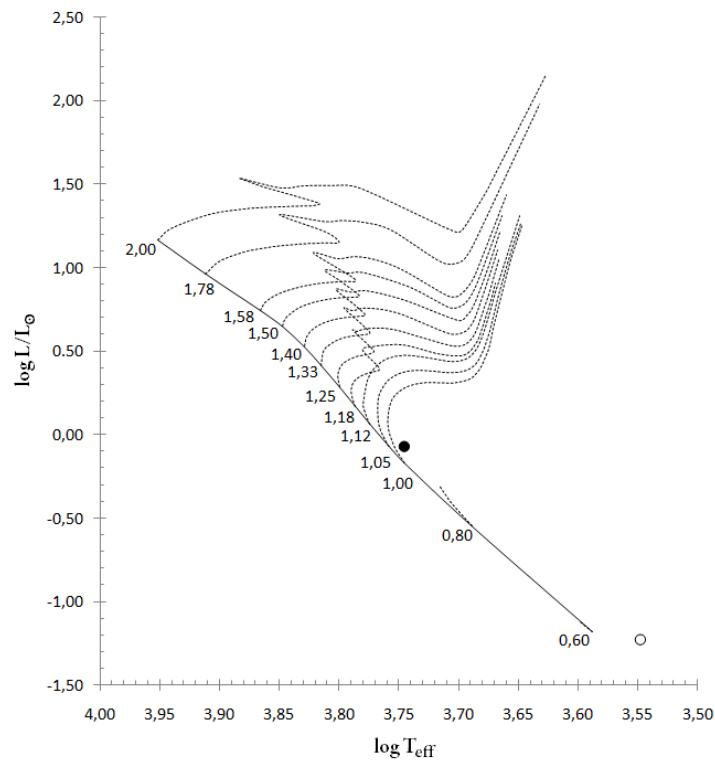
V tabuľke 24 uvádzame prehľad absolútnych parametrov zložiek so zodpovedajúcimi spektrálnymi typmi z hlavnej postupnosti. Keďže sa výrazne nezhodujú, usudzujeme, že obidve zložky nepatria na hlavnú postupnosť a prešli už štádiom výmeny hmoty. Zobrali sme aj vývojové dráhy<sup>27</sup> pre slnečné chemické zloženie ( $X=0,7$ ;  $Z=0,02$ ) z prác Clareta a Gimeneza (1989; 1992), a premietli sme na HR diagram (Obrázok 36) pozície oboch zložiek. Vidíme, že primárna zložka sa nachádza mierne nad hlavnou postupnosťou nulového veku (ZAMS<sup>28</sup>), kým sekundárna zložka sa blíži svojou teplotou skôr oblasti červených trpaslíkov, ale je svietivejšia. Takisto vyššia svietivosť primárnej zložky indikuje jej väčší polomer oproti osamotenej hviezde na hlavnej postupnosti, čo podporuje tvrdenie, že ide o vyvinutú hviezdu.

Veľičina	Primárna zložka	Sp. typ	Sekundárna zložka	Sp. typ
$M (M_{\odot})$	0,848	G0V	0,468	M1V
$R (R_{\odot})$	1,03	G2V	0,635	K9V
$L (L_{\odot})$	0,89	G3V	0,06	M1V

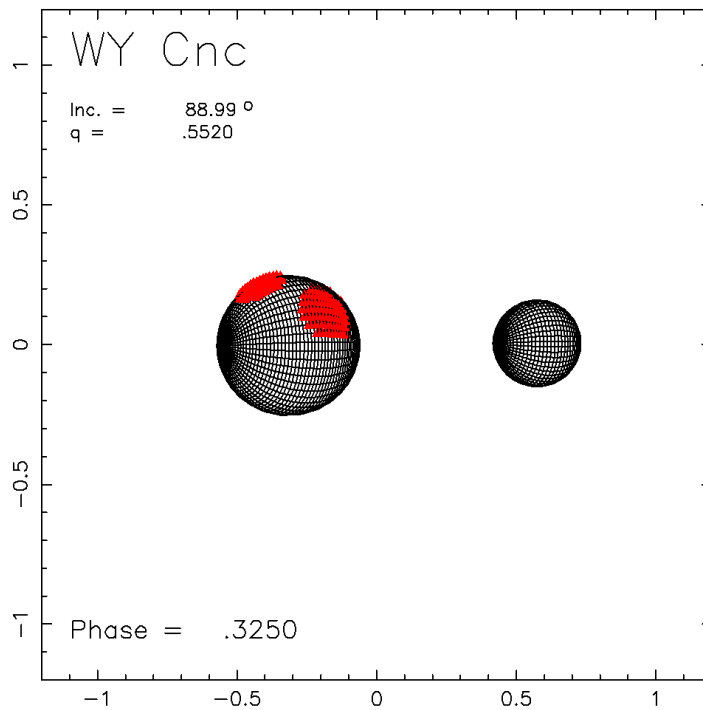
**Tabuľka 24:** Parametre zložiek WY Cnc a im zodpovedajúce spektrálne typy pre hlavnú postupnosť

<sup>27</sup> časovo rovnomerne rozložené modely hviezdneho vnútra a umiestnené v HR diagrame

<sup>28</sup> Angl. skratka „Zero Age Main Sequence“



**Obrázok 36:** HR diagram s vývojovými dráhami (čiarkované) pre hmotnosti hviezd od 0,6 po  $2,0 M_{\odot}$ . Plná čiara predstavuje hlavnú postupnosť nulového veku. Plný a prázdny krúžok primárnu, resp. sekundárnu zložku WY Cnc.

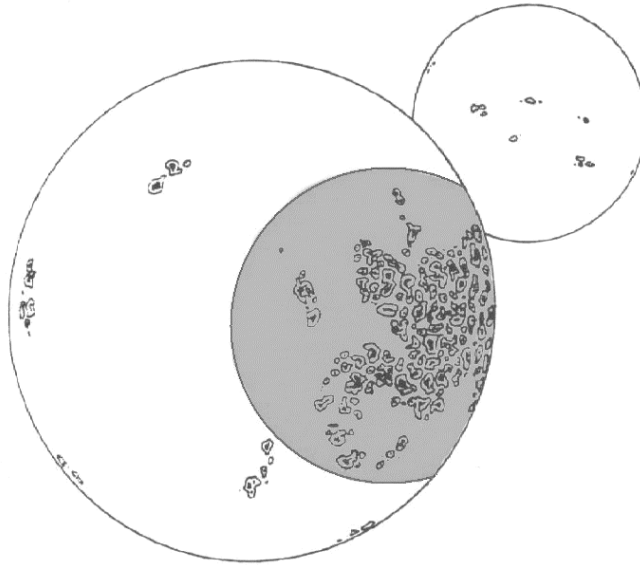


**Obrázok 37:** Trojrozmerný model zákrytovej dvojhviezdy WY Cnc. Prierez rovinou  $x-z$  vo fáze  $\varphi = 0,325$ . Hodnoty na osiach sú vyjadrené v dĺžke veľkej polosi  $a$ .

Parametre škvŕny	Škvŕna 1	Škvŕna 2
$\lambda_s(^{\circ})$	285(13)	185(18)
$\theta_s(^{\circ})$	30(10)	60(17)
$\rho_s(^{\circ})$	25(4)	20(5)
$t_f$	0,97(54)	0,79(26)

**Tabuľka 25:** Namodelované parametre škvŕn

Parametre škvŕn uvádzame v tabuľke 25. Aj keď obe zložky zákrytovej dvojhviezdy WY Cnc sú neskorého spektrálneho typu, a teda sa u nich predpokladá výskyt hviezdnych škvŕn podobných slnečným, na sekundárnej zložke sme ich pri modelovaní vôbec neuvažovali z dôvodu malej svietivosti chladnejšej zložky. Veľké uhlové polomery škvŕn vlastne zodpovedajú oblastiam na hviezde, v ktorých sa v danom čase vyskytovali na povrchu zhluky škvŕn. Je zrejmé, že teplota stredu škvŕny bude konštantná, takže rôzne teplotné faktory  $t_f$  škvŕn môžeme interpretovať ako percentuálne vyplnenie oblasti určenej polomerom  $\rho_s$  škvŕn (Obrázok 38).



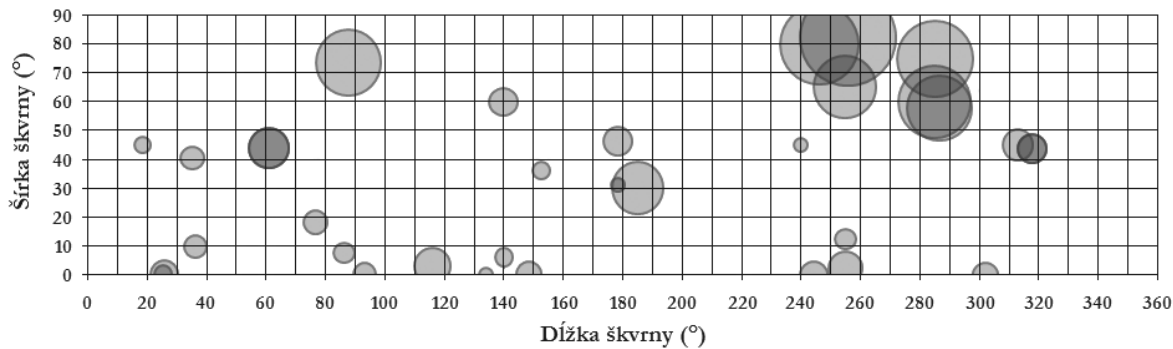
**Obrázok 38:** Ukážka typickej dvojhviezdy typu RS CVn. Tmavou oblasťou je vyznačená oblasť škvŕn. Jej skutočné zaplnenie škvŕnami potom ovplyvňuje teplotný faktor oblasti.

Pre štúdium dlhodobého časového vývoja oblastí so škvŕnami sme vyhľadali aj historické modely získané hlavne z prác Zeilik et al. (1990), Heckert et al. (1998) a Heckert (2001; 2003).

Rok	$\lambda_1(^{\circ})$	$\theta_1(^{\circ})$	$\rho_1(^{\circ})$	$\lambda_2(^{\circ})$	$\theta_2(^{\circ})$	$\rho_2(^{\circ})$	Zdroj
1964	255,0	12,2	7,0				1
1969	313,0	44,9	10,2				1
1974	86,0	7,5	7,3				1
1978	76,5	18,0	8,1				1
1982	255,0	2,5	11,4				1
1988	36,1	9,7	8,1				1
1989	140,0	6,0	6,4				1
1989	116,0	3,1	12,5				2
1990	255,9	82,0	32,9				2
1991	246,1	79,7	27,2	25,2	0,0	6,5	2
1992	239,9	45,0	5,1				2
1994	139,8	60,0	9,7	18,3	45,0	5,7	2
1995	35,0	40,5	8,0	152,5	36,2	6,0	2
1996	254,8	65,0	21,4	25,5	0,0	9,5	2
1997	60,8	43,9	13,8	318,0	43,5	10,0	2
1997	229,6	67,8	31,2	339,5	4,8	9,3	3
1998	244,3	0,0	9,3	134,0	0,0	4,7	3
1999	178,3	46,3	9,8	93,1	0,0	8,0	3
2000	285,2	74,9	26,3	178,2	31,0	4,6	3
2001	286,6	57,8	22,3	148,3	0,0	8,7	4
2003	87,5	73,5	22,6	302,0	0,0	8,5	4
2008	285,0	60,0	25,0	185,0	30,0	18,0	5

**Tabuľka 26:** Historický prehľad modelovania škvŕn na WY Cnc. Čísla zodpovedajú zdrojom: 1 = Zeilik et al. (1990), 2 = Heckert et al. (1998), 3 = Heckert (2001), 4 = Heckert (2003), 5 = táto práca.

Na obrázku 39 je vidno, že jednotlivé modelované škvŕny majú rovnomernú distribúciu (ak vezmeme do úvahy výberový efekt). Nakoľko ide o sústavu so sklonom blízkym k  $90^{\circ}$ , stačilo nám modelovať škvŕny len na „severnej“ hemisfére. Efekty škvŕny by boli rovnaké v prípade osovo súmerných škvŕn vzhľadom na rovník primárnej zložky. Rozloženie väčších polomerov škvŕn smerom k pólu je efektom projekcie (sklon takmer  $89^{\circ}$ ).



**Obrázok 39:** Polohy a rozmery oblastí so škvrnami modelovanými na primárnej zložke WY Cnc medzi rokmi 1964 až 2008. Tmavšia farba zodpovedá prekryvaniu sa oblastí.

## 5.2 Dvojhviezdy vo viacnásobných sústavách

Vďaka pobytu môjho školiteľa na University of Toronto sa nám podarilo získať na observatóriu LCO v Čile zbierku 53 échelle spektier objektov prevažne južnej oblohy, o ktorých bolo do tejto doby známych len málo informácií. Využitím formalizmu funkcií rozšírenia (BF) sme analyzovali získané spektrá a tak určovali parametre, ako sú radiálna rýchlosť, rotačná rýchlosť. Vyextrahované BF umožnili priamo odhaliť viacnásobné sústavy, ale aj zistiť objekty, ktoré dvojhviezdami nie sú. Použili sme rovnako oblasť v okolí tripletu horčíka Mg I (stredná vlnová dĺžka 5 173 Å). To však zároveň znamená, že pri raných spektrálnych typoch O, B a z veľkej časti A je problém s extrahovaním BF, nakoľko sa tu nenachádza dostatok spektrálnych čiar. Keďže sme mali k dispozícii échelle spektrá, museli sme najprv spojiť 7 spektrálnych rádo, v ktorých sa nenachádzajú čiar vodíka Balmerovej série. Jednotlivé rády sme rektifikovali na kontinuum využitím spektier pomaly rotujúcich hviezd skorých spektrálnych typov B a A. Po spojení rádo sme úsek spektra previedli do logaritmickej škály s krokom v radiálnych rýchlostiach  $3,354 \text{ km.s}^{-1}$ . BF sme vyextrahovali pre 301 bodov pokrývajúcich rozsah radiálnych rýchlostí  $\pm 503,106 \text{ km.s}^{-1}$ . Pre každé spektrum pozorovanej premennej hviezdy sme funkcie rozšírenia extrahovali využitím spektier 6 rôznych pomaly rotujúcich štandardných hviezd (Tabuľka 27).

Hviezda	Sp. typ	Hviezda	Sp. typ
HD 96568	A3V	HD 150698	G2-3V
HD 102870	F8V	HD 110420	G8,5V
HD 106742	G0V	HD 80883	K0V

**Tabuľka 27:** Pomaly rotujúce hviezdy použité ako štandardy na extrakciu funkcií rozšírenia

Extrahované BF boli vyhladené konvolúciou s Gaussovou funkciou, ktorej štandardná odchýlka približne zodpovedala spektrálnemu rozlíšeniu spektrografu (rovnaké vo všetkých rádoch). Optimálny štandard bol vybraný na základe integrálu BF. Je možné ukázať, že pri presnej zhode spektier je integrál rovný jednotke. V prípade, že analyzované spektrum zodpovedá ranejšiemu spektrálnemu typu, je integrál menší ako jedna; v prípade neskoršieho spektrálneho typu je väčší ako jedna. Pritom závislosť medzi integrálom BF a B-V farebným indexom analyzovanej hviezdy je približne lineárna.

Status jednotlivých objektov sme kontrolovali v databázach Simbad (Oberto et al., 2006) a ADS (Kurtz et al., 2000). V deviatich prípadoch (Tabuľka 28) sme objavili prítomnosť tretej zložky. Hviezdy CL Cet a RT Cae boli doteraz evidované len ako nešpecifikované premenné. Nami získané rotačné profily (dodatok J) zodpovedajú zákrytovej dvojhviezde typu EW. Podobne sme klasifikovali aj ďalšie štyri objekty, u ktorých sme objavili podvojnú hviezdu. Hviezda CE Hyi bola podozrivá z viacnásobnosti. Naše spektrá potvrdzujú prítomnosť tretieho telesa v tejto sústave. Tretie svetlo je možné vyjadriť ako podiel plôch pod jednotlivými gausiánmi, čiže:  $l_3/l_{12} = S_3/(S_1 + S_2)$ . Tento vzťah presne platí len keď sú spektrálne typy všetkých zložiek rovnaké. V prípade, že tretia zložka je neskoršieho spektrálneho typu, jej príspevok do BF (a teda aj tretie svetlo) je nadhodnotený (Pribulla et al., 2009).

Objekt	Sp. typ	V (mag)	$\sum(O - C)^2$	$l_3/l_{12}$
V870 Ara	F8		1,2893	0,019
V711 CrA	F3V		0,0459	0,291
QY Hya	K2Ve	10,4	0,3267	0,403
CE Hyi	F5V		0,0329	2,500
CN Hyi	F6V		0,6422	0,041
CP Hyi	F0V		0,6848	0,036
IR Lib	G8V	8,67	0,0085	0,784
V386 Pav	A9V		0,4169	0,331
CX Vir	F5V	9,8	1,1095	0,073

**Tabuľka 28:** Objavené trojhviezdy a ich základné parametre. Rezíduá uvádzame pri preložení tromi gausiánmi. Pre každý objekt sme vybrali pomaly rotujúci štandard s najlepšou zhodou spektrálnych typov.

---

Objekt	Sp. typ	V (mag)	Svetelná krivka
RT Cae	F2V		EW
CL Cet	F2V		EB/EW
HD 14673	F5/F6 IV/V	9,71	EW
HD 34124	A5V	9,37	EW
HD 46998	F0V	9,45	EW
SAO 215984		9,71	EW

**Tabuľka 29:** Štyri novoobjavené dvojhviezdy a dve dvojhviezdy s potvrdenou premenlivosťou (RT Cae, CL Cet).

## Záver

V tejto dizertačnej práci sme sa zaoberali troma premennými hviezdami AO Ser, V2610 Oph a WY Cnc. Naším cieľom bolo zistiť absolútne parametre hviezd vo vybraných sústavách. Spracovali sme vlastnú fotometriu získanú na AsÚ SAV v Starej Lesnej v rozpätí rokov 2007-2009, ako aj spektrá získané školiteľom na zahraničných ďalekohľadoch v Kanade (DDO) a Čile (LCO).

Sústavu AO Ser sme modelovali na základe päťfarebnej fotometrie UBVR<sub>C</sub>I<sub>C</sub>. Potvrdili sme pulzácie primárnej zložky (Kim et al., 2004) pri frekvencii 24,944 cyklov za deň. Podľa hodnoty pulzačnej konštanty  $Q = 0,0262$  usudzujeme, že ide o neradiálne p-módy úrovne  $l = 3$  (Fitch, 1981). Fotometrické riešenie Yanga et al. (2010) sa ukazuje ako nepresné s nízkym pomerom hmotností zložiek. Naše riešenie s tretím svetlom viedlo k novej sade absolútnych parametrov zložiek (Tabuľka 11), hlavne  $q = 0,3343 \pm 0,0776$  (oddelená sústava). Absolútne parametre hviezd sme odhadli zo spektrálneho typu primárnej zložky a s použitím tretieho Keplerovho zákona a Stefanovho-Boltzmannovho zákona. Svetelné toky namodelovaného tretieho svetla zodpovedajú absolútne čiernemu telesu s teplotou 9 000 K. Pri nízkej svietivosti by však muselo ísť o malú hviezdu, maximálne  $R_3 \sim 0,4 R_{\odot}$ . Takýto hviezdny súputník je však málo pravdepodobný. Na definitívne vyriešenie problému s tretím svetlom budeme potrebovať spektroskopické pozorovania. Z modelových hodnôt svietivosti zložiek a pozorovanej jasnosti sme odhadli vzdialenosť sústavy na  $708_{-4}^{+3}$  pc.

Z vlastných pozorovaní, dát ASAS a okamihov miním z literatúry sme určili novú efemeridu zákrytového páru v sústave V2610 Oph:  $HJD = 2\,554\,020,551\,206 + 0,426\,514 \times E$ . Skonstruovaný O-C diagram je príliš krátky (necelých 8 rokov) na zistenie obehu zákrytovej dvojhviezdy okolo spoločného ťažiska štvrohviezdnej sústavy. Na základe porovnania spektroskopických štandardov odhadujeme spektrálny typ primárnej zložky zákrytového páru na G0V. Ide o dotykovú dvojhviezdu so sklonom  $i = 71,5^\circ$  pri zistených hodnotách tretieho svetla:  $(l_{34}/l_{12})_V \sim 1,1$  a  $(l_{34}/l_{12})_R \sim (l_{34}/l_{12})_I \sim 1,2$ . Kombináciou fotometrických a spektroskopických dát sa nám podarilo určiť absolútne hmotnosti, polomery, vzdialenosť a svietivosti zložiek (Tabuľka 18).

Z minimálnej hmotnosti tretieho telesa v sústave WY Cnc sme určili jeho spektrálny typ na M5V. Z jeho predpokladanej svietivosti a pozorovanej celkovej jasnosti sústavy sme odhadli tretie svetlo na  $l_3/l_{12} \sim 0,001$ . Sklon obežnej dráhy sústavy  $i$ , teploty zložiek a relatívne polomery nám vyšli v súlade s literatúrou. Určené absolútne hmotnosti, polomery a svietivosti oboch zložiek (Tabuľka 22) by zodpovedali rôznym spektrálnym typom na hlavnej postupnosti. Na základe toho tvrdíme, že dvojhviezda v sústave WY Cnc prešla minimálne jedným štádiom prenosu hmoty, napriek tomu, že v súčasnosti je sústava oddelená. Pozorovaný O'Connelllov efekt sme modelovali dvo-

ma chladnými fotosférickými škvrnami na primárnej zložke (Tabuľka 25). Porovnali sme ich polohu so škvrnami v historickej literatúre za posledných 45 rokov (Obrázok 39). Veľké polomery oblastí so škvrnami sa vyskytujú hlavne v polárnej oblasti, čo je zrejme efekt projekcie ( $i = 89^\circ$ ).

V rámci spektroskopickkej prehliadky málo známych objektov južnej oblohy sa nám podarilo objaviť 9 viacnásobných sústav: V870 Ara, V711 CrA, QY Hya, CE Hyi, CN Hyi, CP Hyi, IR Lib, V386 Pav a CX Vir. Okrem toho sme objavili štyri doteraz neznáme dvojhviezdy HD 14673, HD 34124, HD 46998 a SAO 215984. V prípade premenných hviezd CL Cet a RT Cae sme ukázali, že ide o zákrytové premenné so svetelnými krivkami typu EB/EW, resp. EW.

## Použitá literatura

- Ahnert, P.: 1974, *Mitt. Ver. Sterne* **6**, 164
- Albayrak, B., Fikri, Ö. F., Ekmekçi, F., Demircan, O.: 1999, *Rev. Mex. A. A.* **35**, 3
- Al-Naimiy, H. M.: 1978, *Astrophys. Space Sci.* **53**, 181
- Andrle, P.: 1971, *Základy nebeské mechaniky*, Academie, Praha
- Arévalo, M. J., Lázaro, C.: 1990, *Astron. J.* **99**, 983
- Arévalo, M. J., Lázaro, C.: 1999, *Astron. J.* **118**, 1015
- Awadalla, N. S., Buding, E.: 1979, *Astron. Space Sci.* **63**, 479
- Binnendijk, L.: 1960, *Properties of double stars; a survey of parallaxes and orbits*, University of Pennsylvania Press, Philadelphia
- Binnendijk, L.: 1970, *Vistas in Astronomy* **12**, 217
- Binnendijk, L.: 1975, *J. R. Astron. Soc. Can.*, **51**, 83
- Bíró, I. B., Nuspl, J.: 2005, *Astron. Soc. Pac. Conf.* **333**, 221
- Bradstreet, D. H.: 1993, *Binary Maker 2.0 User Manual*, Contact software, Inc.
- Brancewicz, H. K., Dworak, T. Z.: 1980: *Acta Astron.* **30**, 501
- Budding, E., Demircan, O.: 2007, *Introduction to Astronomical Photometry*, Cambridge University Press, New York
- Budding, E., Zeilik, M.: 1987, *Astrophys. J.* **319**, 827
- Claret, A.: 2004, *Astron. Astrophys.* **428**, 1001
- Claret, A., Gimenez, A.: 1989, *Astron. Astrophys. Supp.* **81**, 1
- Claret, A., Gimenez, A.: 1990, *Astron. Astrophys.* **230**, 412

- Claret, A., Gimenez, A.: 1992, *Astron. Astrophys. Supp.* **96**, 255
- Cousins, A. W. J.: 1976, *Mem. R. Astron. Soc.* **81**, 25
- Cox, A. N.: 2000, *Allen's astrophysical quantities*, Springer, New York
- Deeming, T. J.: 1975, *Astrophys. Space Sci.* **36**, 137
- Djurašević, G.: 1992, *Astrophys. Space Sci.* **196**, 241
- Duquennoy, A., Mayor, M.: 1991, *Lecture Notes in Physics* **390**, 39
- Durisen, R. H., Gingold, R. A., Tohline, J. E., Boss, A. P.: 1986, *Astrophys. J.* **305**, 281
- Dworak, T. Z.: 1974, *Acta Cosmol.* **2**, 13
- Eggleton, P. P., Kiseleva-Eggleton, L.: 2001, *Astrophys. J.* **562**, 1012
- Evans, D. S.: 1968, *Quarterly J. R. Astron. Soc.* **9**, 388
- Fabrycky, D., Tremaine, S.: 2007, *Astrophys. J.* **669**, 1298
- Faulkner, D. R.: 1986, *Publ. Astron. Soc. Pac.* **98**, 690
- Fellgett, P. B.: 1953, *Optica Acta* **2**, 9
- Ferluga, S., Floreano, L., Bravar, U., Bedalo, C.: 1997, *Astron. Astrophys. Supp.* **121**, 201
- Fitch, W. S.: 1981, *Astrophys. J.* **249**, 218
- Griffin, R. F.: 1967, *Astrophys. J.* **148**, 465
- Grygar, J.: 1965, *Bull. Astron. Inst. Czech.* **16**, 195
- Hadrava, P.: 1995, *Astron. Astrophys. Supp.* **114**, 393
- Hall, D. S.: 1976, *Astron. Space Sci. Lib.* **60**, 287
- Hall, D. S.: 1990, *Proceedings of the NATO Advanced Study Institute on Active Close Binaries*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht

- 
- Hambálek, E.: 2006, *Spolahlivosť určenia fotometrického pomeru hmotnosti tesných dvojhviezd (Diplomová práca)*, FMFI UK, Bratislava
- Handler, G., Balona, L. A., Shobbrook, R. R., Koen, C., Bruch, A., Romero Colmenero, E., Pamyatnykh, A. A., Willems, B., Eyer, L., James, D. J., Maas, T.: 2002, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **333**, 262
- Heckert, P. A.: 2001, *Astron. J.* **121**, 1076
- Heckert, P. A.: 2003, *Inf. Bull. Var. Stars* **5419**, 1
- Heckert, P. A., Maloney, G. V., Stewart, M. C., Ordway, J. I., Hickman, A., Zeilik, M.: 1998, *Astron. J.* **115**, 1145
- Hendry, P. D., Mochnacki, S. W.: 1998, *Astrophys. J.* **504**, 978
- Hilditch, R. W.: 2001, *An Introduction to Close Binary Stars*, Cambridge University Press, Cambridge
- Hilditch, R. W., Collier Cameron, A.: 1995, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **277**, 747
- Hill, G., Hutchings, J. B.: 1970, *Astrophys. J.* **162**, 265
- Hill, G., Rucinski, S. M.: 1993, *IAU Gen. Assembly* **21**, 135
- Hoffmeister, C.: 1935, *Astron. Nach.* **255**, 401
- Hoffmeister, C.: 1949, *Astron. Abhand.* **12**, 422
- Høg, E., Kuzmin, A., Bastian, U., Fabricius, C., Kuimov, K., Lindegren, L., Makarov, V. V., Roeser, S.: 1998, *Astron. Astrophys.* **335**, L65
- Innanen, K. A., Zheng, J. Q., Mikkola, S., Valtonen, M. J.: 1997, *Astron. J.* **113**, 1915
- Irwin, J. B.: 1952, *Astrophys. J.* **116**, 211
- Johnson, H. L.: 1965, *Astrophys. J.* **141**, 923
- Kallrath, J., Milone, E.: 1999, *Eclipsing binary stars: modeling and analysis*, Springer, New York

- Kim, S.-L., Kang, Y. B., Koo, J.-R., Mkrtichian, D. E., Lee, J. W.: 2004, *Inf. Bull. Var. Stars* **5538**, 1
- Kippenhahn, R.: 1953, *Nachr. Astr. Zentralstelle*, **7**
- Kiseleva, L. G., Eggleton, P. P., Mikkola, S.: 1998, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **300**, 292
- Kjurkchieva, D., Marchev, D., Ogłóza, W.: 2004, *Astron. Astrophys.* **415**, 231
- Kopal, Z.: 1959, *Close binary systems*, Chapman & Hall, Londýn
- Kozai, Y.: 1962, *Astron. J.* **67**, 591
- Kozhevnikova, A. V., Alekseev, I. Y., Heckert, P. A., Kozhevnikov, V. P.: 2006, *Inf. Bull. Var. Stars* **5723**, 1
- Kreiner, J. M., Kim, C.-H., Nha, I.-S.: 2001, *An Atlas of O-C Diagrams of Eclipsing Binary Stars*, Wydawnictwo Naukowe Akademii Pedagogicznej, Krakow
- Kurtz, M. J., Eichhorn, G., Accomazzi, A., Grant, C. S., Murray, S. S., Watson, J. M.: 2000, *Astron. Astrophys. Supp.* **143**, 41
- Larson, R. B.: 1972, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **156**, 437
- Lejeune, T., Cuisinier, F., Buser, R.: 1997, *Astron. Astrophys. Supp.* **125**, 229
- Linnell, A. P.: 1993, *IAU Gen. Assembly* **21**, 103
- Lucy, L. B.: 1967, *Zeit. für Astrophysik* **65**, 89
- Lucy, L. B.: 1976, *Astrophys. J.* **205**, 208
- Lu, W., Rucinski, S. M., Ogłóza, W.: 2001, *Astron. J.* **122**, 402
- Maceroni, C., van't Veer, F.: 1996, *Astron. Astrophys.* **311**, 523
- Mason, B. D., Wycoff, G. L., Hartkopf, W. I., Douglass, G. G., Worley, C. E.: 2009, *Astron. J.* **122**, 3466
- Mayer, P., Pribulla, T., Chochol, D.: 2004, *Inf. Bull. Var. Stars* **5563**, 1

- 
- Mochnacki, S. W.: 1985, *Interacting binaries: Proceedings of the Advanced Study Institute*, D. Reidel Publishing Co., Dordrecht, s. 51
- Mochnacki, S. W., Dougherty, N. A.: 1972, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **156**, 51
- Motl, D.: 2009. *C-Munipack VI.1.24.*: <http://sourceforge.net/projects/cmunicipack>.
- Norman, M. L., Wilson, J. R.: 1978, *Astrophys. J.* **224**, 497
- Oberto, A., Wenger, M., Lejal, J. P., Jaehn, S., Baranne, B., Hatt, M., Dellicour, O., Deprez, J.: 2006, *Astron. Soc. Pac. Conf.* **351**, 703
- Olling, R. P.: 2004, *Bull. Am. Astron. Soc.* **36**, 1524
- Ostlie, D. A., Carroll, B. W.: 2006, *An introduction to modern stellar astrophysics*, Pearson, San Francisco
- Paschke, A., Brát, L.: 2010. *O-C gateway*.  
<http://var.astro.cz/ocgate/index.php?lang=en>
- Perryman, M. A. C., Lindegren, L., Kovalevsky, J., Hoeg, E., Bastian, U., Bernacca, P. L., Crézé, M., Donati, F., Grenon, M., van Leeuwen, F., van der Marel, H., Migard, F., Murray, C. A., Le Poole, R. S., Schrijver, H., Turon, C., Arenou, F., Froeschlé, M., Petersen, C. S.: 1997, *Astron. Astrophys.* **323**, L49
- Pigulski, A.: 2006, *Astron. Soc. Pac. Conf.* **349**, 137
- Pittich, E., Rušin, V.: 1998, *Astronomická terminológia*, Polygrafia SAV, Bratislava
- Poe, C. H., Eaton, J. A.: 1985, *Astrophys. J.* **289**, 644
- Pojmański, G.: 1998, *Acta Astron.* **48**, 711
- Popper, D. M.: 1976, *Inf. Bull. Var. Stars* **1083**, 1
- Pourbaix, D., Tokovinin, A. A., Batten, A. H., Fekel, F. C., Hartkopf, W. I., Levato, H., Morell, N. I., Torres, G., Udry, S.: 2009, *Astron. Astrophys.* **424**, 727

- Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., Flannery, B. P.: 1992, *Numerical Recipes in C*, Cambridge University Press, Cambridge
- Pribulla, T.: 2004, *Publ. Astron. Soc. Pac.* **318**, 117
- Pribulla, T., Rucinski, S. M., Conidis, G., DeBond, H., Thomson, J. R., Gazeas, K., Ogłóza, W.: 2007, *Astron. J.*, **133**, 1977
- Pribulla, T., Rucinski, S. M.: 2008, *Multiple Stars Across the H-R Diagram*, Springer, Berlin-Heidelberg, s. 163
- Pribulla, T., Rucinski, S. M.: 2008, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **386**, 377
- Pribulla, T., Rucinski, S. M., DeBond, H., De Ridder, A., Karmo, T., Thomson, J. R., Croll, B., Ogłóza, W., Pilecki, B., Siwak, M.: 2009: *Astron. J.*, **137**, 3646
- Pribulla, T., Vaňko, M., Chochol, D., Parimucha, Š: 2001, *Contrib. Astron. Obs. Skalnaté Pleso* **31**, 26
- Pych, W.: 2004, *Publ. Astron. Soc. Pac.* **116**, 148
- Rafert, J. B., Twigg, L. W.: 1980, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **193**, 79
- Rao, P. V., Sarma, M. B. K., Rao, B. V. N. S. P.: 1991, *J. of Astroph. Astron.* **12**, 225
- Ribas, I.: 2005, *Astron. Soc. Pac. Conf.* **335**, 55
- Rucinski, S. M.: 1969a, *Acta Astron.* **19**, 125
- Rucinski, S. M.: 1969b, *Acta Astron.* **19**, 245
- Rucinski, S. M.: 1992, *Astron. J.* **104**, 1968
- Rucinski, S. M.: 1999, *Turkish J. Phys.* **23**, 271
- Rucinski, S. M.: 2002, *Astron. J.* **124**, 1746
- Rucinski, S. M.: 2005, *Broadening Function through SVD*,  
<http://www.astro.utoronto.ca/~rucinski/SVDcookbook.html>

- 
- Rucinski, S. M., Duerbeck, H. W.: 1997, *Publ. Astron. Soc. Pac.* **109**, 1340
- Rucinski, S. M., Kaluzny, J.: 1986, *Astrophys. Space Sci.* **88**, 433
- Rucinski, S. M., Staniucha, M. S.: 1981, *Acta Astron.* **31**, 163
- Shu, F. H., Tremaine, S., Adams, F. C., Ruden, S. P.: 1990, *Astrophys. J.* **358**, 495
- Schaller, G., Schaerer, D., Meynet, G., Maeder, A.: 1992, *Astron. Astroph. Supp.* **96**, 269
- Schwarzschild, M.: 1958, *Structure and evolution of the stars*, Princeton University Press
- Simon, K. P., Sturm, E.: 1994, *Astron. Astrophys.* **281**, 286
- Soloviev, A.: 1939, *Tadjik Obs. Circ.* **41**
- Stellingwerf, R. F.: 1978, *Astrophys. J.* **224**, 953
- Tas, G., Evren, S.: 2006, *Inf. Bull. Var. Stars* **5687**, 1
- Tas, G., Sipahi, E., dal, H. A., Goker, U. D., Tigrak, E., Yigen, S., Ozdarcan, O., Topcu, A. T., Gungor, C., Celik, S., Evren, S.: 2004, *Inf. Bull. Var. Stars* **5548**, 1
- Tokovinin, A. A.: 1997, *Astron. Astrophys. Supp.* **124**, 75.
- Tokovinin, A. A.: 2009, osobné oznámenie
- Tokovinin, A. A., Thomas, S., Sterzik, M., Udry, S.: 2006, *Astron. Astrophys.* **450**, 681
- Twigg, L. W., Rafert, J. B.: 1980, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **193**, 775
- van Hamme, W.: 1993, *Astron. J.* **106**, 2096
- van't Veer, F.: 1979, *Astron. Astrophys.* **80**, 287
- van't Veer, F.: 1991, *Astron. Astrophys.* **250**, 84
- van't Veer, F., Maceroni, C.: 1992, *Workshop on Binaries as Tracers of Star Formation*, Cambridge University Press, Cambridge, s. 237

von Zeipel, H.: 1924, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **84**, 702

Wang, J.-M.: 1994, *Astrophys. J.* **434**, 227

Willems, B., Aerts, C.: 2002, *Astron. Astrophys.* **384**, 441

Wils, P., Dvorak, S. W.: 2003, *Inf. Bull. Var. Stars* **5425**, 1

Wilson, R. E.: 1979, *Astrophys. J.* **234**, 1054

Wilson, R. E., Devinney, E. F.: 1971, *Astrophys. J.* **166**, 605

Wood, D. B., Forbes, J. E.: 1963, *Astron. J.* **234**, 1054

Yang, Y.-G., Hu, S.-M., Guo, D.-F., Wei, J.-Y., Dai, H.-F.: 2010, *Astron. J.* **139**, 1360

Zahn, J.-P.: 1977, *Astron. Astrophys.* **57**, 383

Zahn, J.-P.: 1978, *Astron. Astrophys.* **67**, 162

Zeilik, M., Cox, D., Ledlow, M., Rhodes, M.: 1989, *Inf. Bull. Var. Stars* **3384**, 1

Zeilik, M., Cox, D. A., Ledlow, M. J., Rhodes, M., Heckert, P. A., Budding, E.: 1990, *Astrophys. J.* **363**, 647

Zeilik, M., Elston, R., Henson, G.: 1983, *Astron. J.* **88**, 532

Zucker, S., Mazeh, T.: 1994, *Astrophys. J.* **420**, 806

# Dodatky

## A. Výpočet koeficientu vzdušnej hmoty<sup>29</sup>

1) Vstupné parametre:

$JD$	juliánsky dátum pozorovania
$\alpha$	rektascenzia objektu v radiánoch
$\delta$	deklinácia objektu v radiánoch
$\lambda$	zemepisná dĺžka pozorovateľa v radiánoch
$\varphi$	zemepisná šírka pozorovateľa v radiánoch

2) Výpočet hviezdneho času z juliánskeho dátumu:

$JD_0$	juliánsky dátum pozorovania pre 0 hodín UT
$t_3$	počet juliánskych storočí od 1.1.2000 poludnia UT
$S_0$	stredný hviezdny čas pre 0 hodín UT v hodinách
$S_1$	stredný hviezdny čas v hodinách
$S$	hviezdny čas v hodinách

$$JD_0 = \lfloor JD \rfloor + 0,5$$

$$t_3 = \frac{JD_0 - 2\,451\,545,0}{36\,525}$$

$$S_0 = 6,697\,374\,558 + 2\,400,051\,336\,91t_3 + 0,000\,025\,862\,2t_3^2 - 0,000\,000\,001\,7t_3^3$$

$$S_1 = \frac{S_0}{24} + 1,002\,737\,909\,3(JD - JD_0)$$

$$S = 24(S_1 - \lfloor S_1 \rfloor)$$

3) Výpočet koeficientu vzdušnej hmoty:

$t_{\text{ims}}$	miestny stredný hviezdny čas v hodinách
$h_{\text{rad}}$	hodinový uhol v radiánoch
$z$	zenitová vzdialenosť objektu v radiánoch
$X$	koeficient vzdušnej hmoty

$$t_{\text{ims}} = S + \lambda \frac{12}{\pi}$$

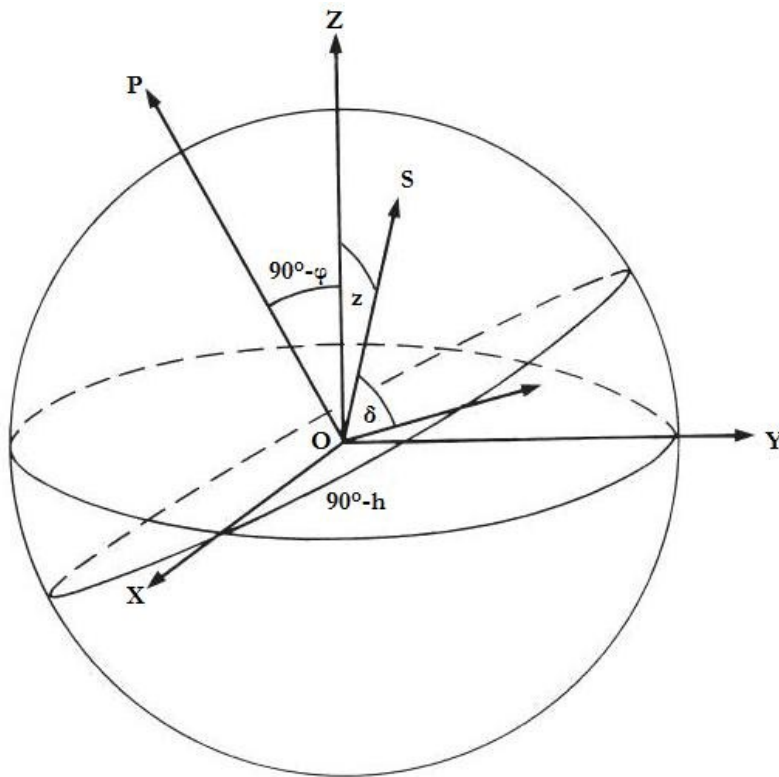
<sup>29</sup> Podľa zdrojového kódu programu Muniwin (Motl, 2009)

$$h_{\text{rad}} = t_{\text{lms}} \frac{\pi}{12} - \alpha$$

$$\cos^{-1} z = \sec z = (\sin \delta \sin \varphi + \cos \delta \cos \varphi \cos h_{\text{rad}})^{-1}$$

Ak je výraz v zátvorke predošlej rovnice kladný, objekt sa nachádza nad horizontom. Aby sme vzali do úvahy zakrivenie vrstiev atmosféry, použijeme tzv. Bemporadov vzorec (Budding & Demircan, 2007):

$$X = \sec z - 0,001\,816\,7(\sec z - 1) - 0,002\,875(\sec z - 1)^2 - 0,000\,808\,3(\sec z - 1)^3$$



**Obrázok 40:** K výpočtu zenitovej vzdialenosti ( $z$ ): Pozorovateľ ( $O$ ) sleduje hviezdu ( $S$ ) s deklináciou ( $\delta$ ). Severný nebeský pól je označený  $P$ , os  $X$  smeruje na západ, os  $Y$  na juh a os  $Z$  k zenitu.  $\varphi$  je zemepisná šírka pozorovateľa a  $h$  je hodinový uhol.

## B. Extinkčné koeficienty

Zemská atmosféra spôsobuje jednak refrakciu prechádzajúceho svetla, jednak jeho extinkciu. Zoslabenie intenzity svetla je spôsobené Rayleighovým rozptylom na molekulách vo vzduchu, rozptylom na aerosóloch a molekulárnou absorpciou (napr. kyslík v UV a voda v IR oblasti). Ak  $I_\lambda$  je intenzita na vlnovej dĺžke  $\lambda$  po dráhe  $ds$ , kde sa nachádza hmota s hustotou  $\rho$  a  $\kappa_\lambda$  je jej absorbný koeficient (emisia sa v tomto prípade zanedbáva), intenzita svetla po prechode bude mať tvar:

$$I_\lambda = I_{0,\lambda} \exp\left(\int_0^s \kappa_\lambda \rho ds / \mu\right) \quad (65)$$

kde  $\mu$  je extinkčný koeficient. Pri prepočte toku na magnitúdy dostávame tvar:

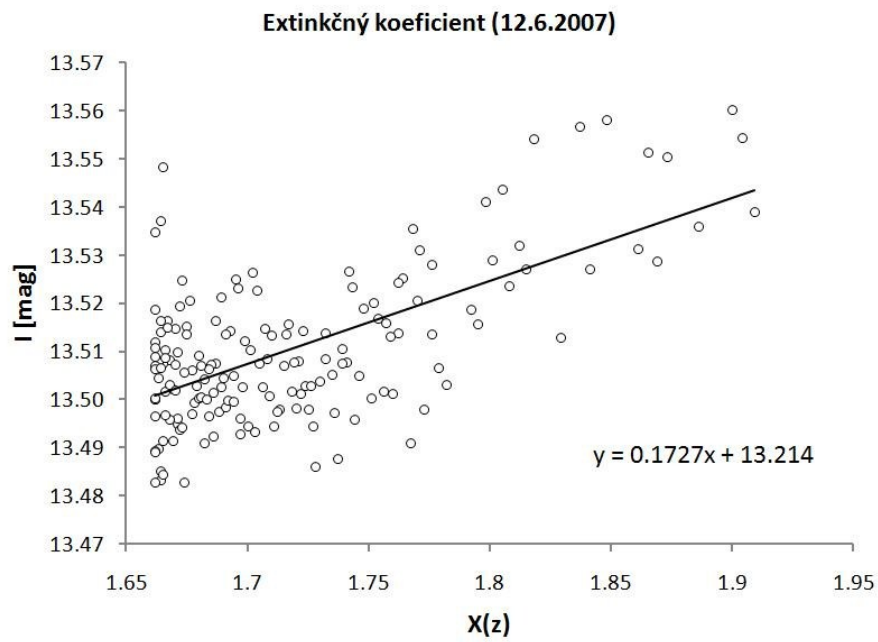
$$m(\lambda, z) = m_0(\lambda) + 2,5k(\lambda)X(z) \log_{10} e = m_0(\lambda) + 1,086 k(\lambda)X(z) \quad (66)$$

kde  $k(\lambda)$  je extinkčný koeficient a  $X(z)$  je koeficient vzdušnej hmoty, kde  $z$  je zenitová vzdialenosť. Vzdušnú hmotu je v prvom priblížení možné vypočítať ako  $X(z) = \sec z$ , takže pri  $z = 90^\circ$  je  $X(z) = 1$ . Do rovnice (66) je potrebné poznať hodnoty extinkčných koeficientov  $k$  pre všetky filtre.

Hodnoty extinkčných koeficientov spravidla klesajú s rastúcou nadmorskou výškou observatória a takisto s rastúcou vlnovou dĺžkou, na ktorej pozorujeme. Silná (a časovo premenná) extinkcia v modrej a fialovej oblasti spektra prakticky znemožňuje pozorovania v Johnsonovom filtri U z observatórií s malou nadmorskou výškou. V blízkej infračervenej oblasti je dominantnou extinkcia na molekulách vody, ktorá znemožňuje pozorovania mimo JHK filtrov.

Ak si vykreslíme závislosť medzi magnitúdou porovnávacej (konštantnej) hviezdy  $m_c$  a zodpovedajúcimi koeficientami vzdušných hmôt  $X(z)$  (Obrázok 41), potom smernica priamky preloženej touto závislosťou nám určuje hľadanú hodnotu koeficientu  $k$ . Atmosférické podmienky sa však noc čo noc menia (aj keď vykazujú sezónny trend), preto je vhodné počítať extinkčné koeficienty pre každú noc samostatne. Na ich presné určenie však treba merať jasnosť porovnávacej hviezdy vo veľkom rozsahu zenitových vzdialeností, čo vyžaduje dlhý rad pozorovaní.

Konkrétny postup výpočtu koeficientu vzdušnej hmoty programom Muniwin (Motl, 2009) uvádzame v dodatku A.



**Obrázok 41:** Závislosť inštrumentálnej  $I_C$  magnitúdy hviezdy GSC 5091-161 v poli premennej hviezdy V2610 Ophiuchi od koeficientu vzdušnej hmoty  $X(z)$ . Príklad z pozorovania v pavilóne G1 v Starej Lesnej z noci 12. na 13. júna 2007. Smernica priamky udáva hodnotu extinkčného koeficientu  $k = 0,1727$ . Priesečník preloženej priamky s osou  $y$  (13,214) je tzv. mimoatmosférická jasnosť.

## C. Použité fotometrické systémy a transformácia do medzinárodného systému

Pozorované magnitúdy (diferenciálne alebo absolútne) sú výsledkom použitého fotometrického systému a optickej sústavy, preto sa nazývajú inštrumentálnymi magnitúdami. Ak chceme spojiť pozorovania z viacerých zdrojov, je nevyhnuté previesť ich na tzv. medzinárodné magnitúdy systému UBV. Na to slúžia transformačné koeficienty pre danú optickú sústavu a transformačné vzťahy. Transformačné koeficienty je nutné získať pomocou meraní štandardných hviezd (so známymi magnitúdami v UBV systéme). Ak nás zaujíma len okamih minima, nie je potrebné magnitúdy transformovať. Transformačné vzťahy však platia priamo bez úpravy aj pre diferenciálne magnitúdy.

Johnson (1965) UBV a Cousins (1976) RI:

Filter	Stred priepustnosti, $\lambda_c$ (Å)	Šírka <sup>30</sup> (Å)
U	3 600	700
B	4 400	1 000
V	5 500	900
R <sub>c</sub>	6 400	1 750
I <sub>c</sub>	7 900	1 400

Transformačné koeficienty pre optickú sústavu ďalekohľadu v pavilóne G1 v Starej Lesnej (získané pozorovaním hviezdokopy M67):

$K_{UV}$	$K_{BV}$	$K_V$	$K_{VR}$	$K_{VI}$
+1,036	+0,834	+0,000	+1,467	+1,281

Sústava rovníc pre transformačné koeficienty, kde veľké písmená zodpovedajú medzinárodným magnitúdám v Johnsonovom systéme a malé písmená inštrumentálnym magnitúdám:

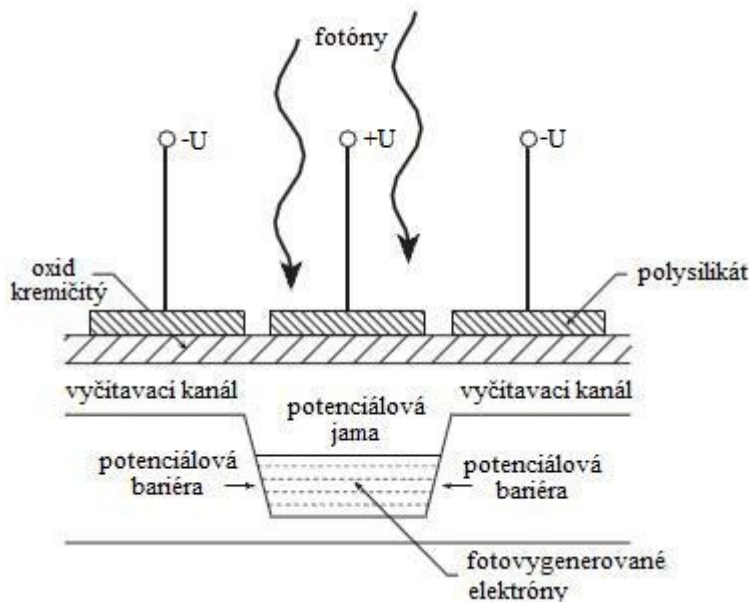
$$\begin{aligned}
 V - I &= K_{VI}(v - i) \\
 V - R &= K_{VR}(v - r) \\
 V &= K_V + v \\
 B - V &= K_{BV}(b - v) \\
 U - V &= K_{UV}(u - v)
 \end{aligned}$$

<sup>30</sup> FWHM (Full Width at Half Maximum = plná šírka v polovičnej výške)

## D. CCD detektory

CCD kamery (angl. Charged Coupled Device = nábojovo viazaná štruktúra) sú vysoko citlivé polovodičové čipy (plošné detektory) svetelného signálu. Na veľkých observatóriách sa začali používať od polovice sedemdesiatych rokov, kde nahradili fotografické platne a tiež fotoelektrickú fotometriu. Ich veľkou výhodou je, že zaznamenávajú veľké pole v rovnakom časovom okamihu, podobne ako fotografická platňa, ktoré je zároveň uložené v digitálnej forme vhodné na elektronické spracovanie.

Typická CCD kamera pozostáva z poľa identických polovodičových kondenzátorov na kremíkovom základe. Každý prvok tohto poľa je fotocitlivým detektorom. Náboj v každej bunke je izolovaný od ostatných napätím vo vodivom kanáli na povrchu kremíka.



**Obrázok 42:** Schéma typického CCD čipu (angl. front-illuminated = priamo osvetleného). Postupným aplikovaním kladného napätia  $+V$  na jednotlivé polysilikátové brány sa vygenerované elektróny presúvajú do vyčítavacieho uzla cez tzv. vyčítavací kanál. Obrázok prevzatý z knihy Buddinga a Demircana (2007) s. 184.

Na začiatku expozície je kondenzátor nabitý pozitívne a potom odpojený. Keď fotóny dopadajú na kryštalovú mriežku kremíka a sú absorbované, vzbudia valenčné elektróny do vodivostného stavu a tým mierne vybijú kondenzátory. V polovodiči sú elektróny zachytené v potenciálovej jame a vzniknuté diery odvedené na anódu. Miera poklesu náboja je úmerná počtu absorbovaných fotónov počas celej expozície. Na konci expozície sú zostávajúce elektróny postupne presunuté do vyčítavacieho uzla, kde sa signál

zosilní a prejde vonkajším obvodom do digitalizátora a pamäte (buffer) kamery na uloženie.

## D.1 Charakteristiky:

Charakter CCD ako detektora súvisí so samotnou konštrukciou. Rozdiel medzi valenčnou a vodivostnou energetickou hladinou v kremíku je 1,1 eV. Iba fotóny s vyššou energiou dokážu vzbudiť elektróny. Vo vlnovej dĺžke to zodpovedá 1 127 nm. Na kratších vlnových dĺžkach má však kremík vyššiu odrazivosť a fotóny sa už neabsorbujú v jeho kryštálovej mriežke. Preto maximálna kvantová účinnosť<sup>31</sup> CCD kamery dosahuje 40% – 90% pre svetlo s vlnovou dĺžkou medzi asi 350-850 nm (Obrázok 43).

Priamoúmerná závislosť elektrického prúdu od počtu absorbovaných fotónov platí len dovtedy, kým je celkový nazbieraný elektrický náboj dostatočne malý, aby prekonal potenciálovú bariéru na okraji fotocitlivej bunky. Menšie rozmery buniek znamenajú aj menšiu kapacitu náboja. Počet absorbovaných fotónov je priamoúmerný rozmeru fotocitlivej bunky a počet vybudených elektrónov zodpovedá kvantovej účinnosti kamery a počtu fotónov. Pri náhodnom dopade fotónov je pomer signálu a šumu (SNR) rovný  $\bar{n}/\sqrt{\bar{n}} = \sqrt{\bar{n}}$ , kde  $\bar{n}$  je priemerný počet vybudených elektrónov.

Každá CCD kamera má svoj prevodník, ktorý určuje maximálny počet hodnôt ADU<sup>32</sup>. Jedným z parametrov CCD kamier je elektrónová kapacita (angl. full well capacity), ktorá je vlastne hranicou saturácie v danej potenciálovej jame. Závisí priamoúmerne od plochy obrazového bodu. Pri jej prekonaní dochádza k „pretekaniu“ náboja do susedných obrazových bodov. Napríklad nami použitá kamera SBIG ST-10XME má uvádzanú elektrónovú kapacitu 77 000 e<sup>-</sup>. Pri maximálnej hodnote 65 535 ADU (16-bitový prevodník: 2<sup>16</sup>-1) tomu zodpovedá asi 1,2 e<sup>-</sup> na ADU.

## D.2 Zdroje šumu v CCD:

- Tepelný šum (temný tok) má priestorovú závislosť (každý pixel generuje trochu inú hodnotu), pochádza z povrchu čipu a je spôsobený drobnými nepravidelnosťami molekulárnej mriežky (nečistoty). Pri teplote čipu asi 20°C (nechladená kamera) by mohol vyplniť celú elektrónovú kapacitu potenciálovej jamy v priebehu niekoľkých sekúnd. Preto sa lacnejšie CCD kamery chladia na nízke teploty pomocou Peltierovho článku na úroveň asi 20-30 stupňov pod okolitú teplotu. Bežne sa používa chladenie tekutým dusíkom (na 153 K).

<sup>31</sup> Kvantová účinnosť detektora (Q) je definovaná ako počet vygenerovaných elektrónov na počet dopadnutých fotónov, je závislá na vlnovej dĺžke.

<sup>32</sup> ADU (angl. Analogue to Digital Units = analógovo digitálna jednotka) – arbitrárna jednotka signálu v danom zobrazovacom bode (pixli) čipu

- Vyčítavací šum súvisí s chybami generovanými vlastným vyčítavaním pixlov na konci expozície. Výsledkom je šum zo samotného čipu CCD, zvyškový náboj vo vyčítavacom kondenzátore a malá časť šumu z A/D konvertora a predzosilňovača.
- Dopadový šum (angl. shot noise), má Poissonovský charakter, preto je úmerný  $\sqrt{\bar{n}}$ , ak za konečný čas dopadne na detektor v priemere  $\bar{n}$  fotónov za sekundu.

### D.3 Použité detektory:

Na získanie fotometrických dát v tejto práci sme použili ďalekohľad typu Newton 508/2500 mm v pavilóne G1 v Starej Lesnej patriacemu Astronomickému ústavu Slovenskej akadémie vied. V ohnisku bola umiestnená CCD kamera od firmy Santa Barbara Instrument Group (SBIG) ST-10XME s filtrovým kolesom s piatimi filtrami (dodatok C). Kvantová účinnosť čipu KAF-3200ME je najvyššia v červenej oblasti (Obrázok 43).

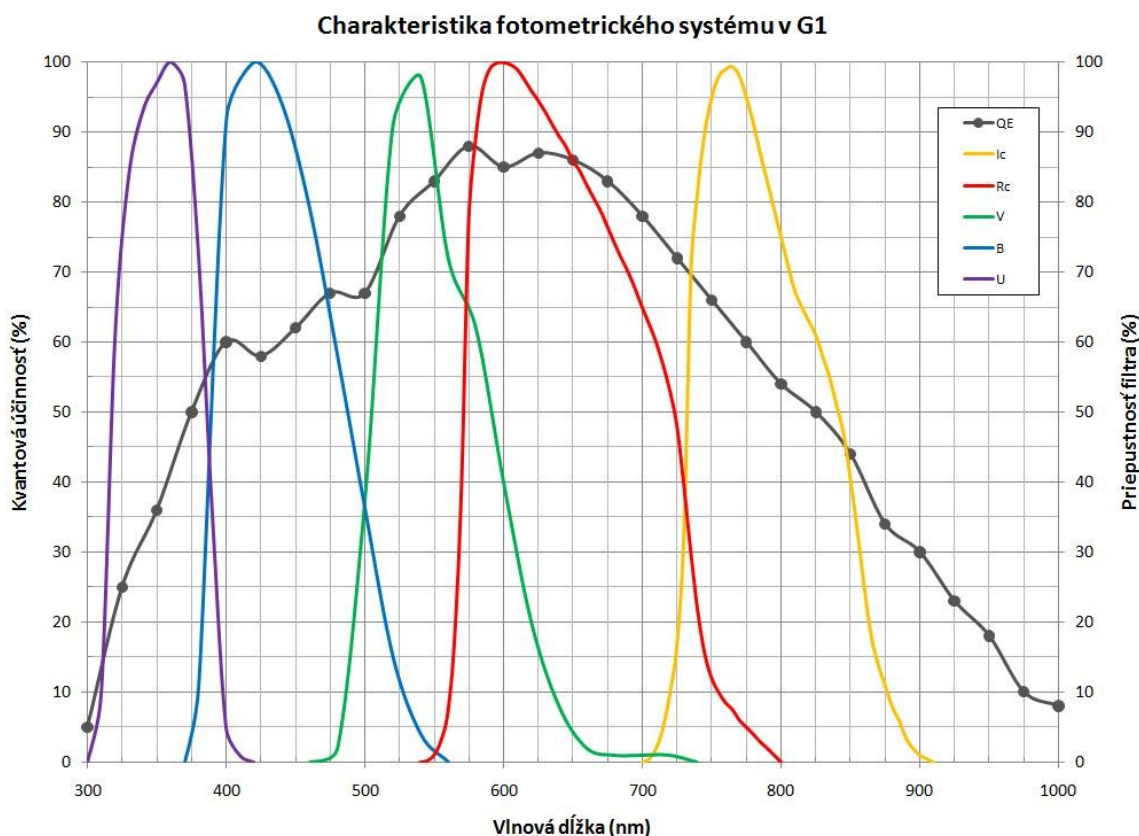
Štandardné rozlíšenie kamery je 2 184×1 472 pixlov s veľkosťou pixlu 6,8  $\mu\text{m}$ . Keďže rýchlosť vyčítavania pomocou USB pripojenia je približne 425 000 pixlov za sekundu, celý obraz (3,2 megapixla) sa do počítača nahrá za asi 7,5 s. Preto je výhodné pri vyčítavaní použiť spájanie pixlov (angl. binning). Pri spájaní pixlov sa takto zvýši citlivosť pri kratších expozíciách, ale kamera je citlivejšia na saturáciu. Takisto sa samozrejme zníži jej rozlíšenie. V tejto práci sme použili CCD snímky so spojením pixlov 2×2 (efektívny rozmer obrazového elementu 13,6  $\mu\text{m}$  pri rozlíšení 1 092×736 pixlov), čo skrátilo vyčítavanie celej snímky na asi 1,9 s.

Poskytnuté výsledky škvŕnkovej interferometrie od Dr. Tokovinina (2009) boli získané na 4-metrovom zrkadlovom ďalekohľade SOAR, súčasť CTIO<sup>33</sup>. V f/16 ohnisku sa nachádza CCD kamera s vysokým rozlíšením s rozmermi 658 × 496 pixlov s veľkosťou 10  $\mu\text{m}$ . Kamera vyčítava snímky po asi 45 ms. Pozorovania uskutočnili v Strömgrenovom y filtri (5 507 Å).

Ďalekohľad Irénée du Pont, ktorý je súčasťou LCO<sup>34</sup>v Čile je 2,54-metrový altazimutálny Ritchey-Chrétien s f/7,5 s pripojeným échelle spektrografom v Cassegrainovom ohnisku s CCD čipom s rozmermi 2 000 × 2 000 pixlov s veľkosťou 24  $\mu\text{m}$ . Spektrálne pokrytie 370 nm až 700 nm s rozlíšením  $R \sim 45\,000$  (asi 7 km.s<sup>-1</sup>).

<sup>33</sup> angl. skr. „Cerro Tololo Inter-American Observatory“, medzi-americké observatórium na Cerro Tololo

<sup>34</sup> angl. skr. „Las Campanas Observatory“, observatórium v Las Campanas



**Obrázok 43:** Kvantová účinnosť (QE) čipu KAF-3200ME použitej CCD kamery SBIG ST-10XME a priepustnosti jednotlivých použitých filtrov: U (fialová), B (modrá), V (zelená), Rc (červená) a Ic (žltá).

Automatický ďalekohľad ASAS-3 pozostáva z dvoch ďalekohľadov 200/2.8 na paralaktickej montáži vybavenými Johnsonovými V a I filtermi. V ohnisku obsahujú kameru AP-10 so štvorcovým čipom  $2\,048 \times 2\,048$  pixlov. Zorné pole dosahuje rozmer  $8,5^\circ$ . Ďalekohľady snímajú s expozičným časom 180 s.

Observatórium	Zem. šírka ( $^\circ$ ' ")	Zem. dĺžka ( $^\circ$ ' ")	Nadm. výška (m)
ASAS-3, LCO, Čile	29 00 36 J	70 42 05 Z	2 215
DDO, Kanada	43 51 46 S	79 25 22 Z	239
CTIO, Čile	30 10 08 J	70 48 14 Z	2 200
G1, AsÚ SAV, Slovensko	49 09 10 S	20 17 28 V	785
Irénéé du Pont, LCO, Čile	29 00 54 J	70 41 32 Z	2 380

**Tabuľka 30:** Polohy observatórií, z ktorých sme získali dáta pri písaní tejto práce.

## E. Fotometrická redukcia snímok

Pod fotometrickou redukciou sa myslí postupnosť krokov pri spracovaní exponovaných snímok. Snímku, ktorú získame priamo vyčítaním z kamery budeme nazývať surovou, alebo nespracovanou snímku<sup>35</sup>. Aby sme odstránili efekty šumu a nerovnomernej citlivosti čipu je nutné urobiť nasledovné opravy:

- Vyčítavací šum elektrónov na čipe odstránime jednoduchým odpočítaním tzv. *bias snímky* (Obrázok 44a). Táto snímka je vyčítaná pri danej teplote čipu s akoby nulovou expozíciou pri zatvorenej uzávierke kamery.
- Pretože sa počas exponovania náhodný tepelný šum na čipe spočítava a lineárne závisí od dĺžky expozície, treba túto skutočnosť odstrániť tzv. *temnou snímku* (Obrázok 44b), ktorá sa v odbornej literatúre označuje anglickým výrazom „dark frame“. Získať ju možno vyčítaním obrazu z kamery pri zatvorenej uzávierke (v prípade niektorých modelov CCD kamier s použitím nepriehľadného „tmavého filtra“) pre rovnako dlhú expozíciu a rovnakú teplotu čipu, s akou bolo robené samotné pozorovanie. Je vhodné od takto získanej snímky odpočítať bias snímku, dostaneme tak tzv. škálovanú temnú snímku, ktorá obsahuje už len korekciu na dĺžku expozície pri danej teplote čipu.
- Korekcia na nerovnomernú citlivosť jednotlivých obrazových elementov CCD čipu a vignetačiu<sup>36</sup> sa robí pomocou tzv. *svetlej snímky* (v angl. literatúre sa označuje ako „flat frame“). Na jej získanie je potrebné dosiahnuť rovnomerné osvetlenie celého čipu. V praxi sa používa buď jas oblohy pri západe (alebo menej často pri východe slnka), keď sa na pozadí neexponujú hviezdy (sú presvietené) pri vypnutom hodinovom pohone ďalekohľadu (tzv. sky flat). V prípade dostatočne veľkej kupole je možné použiť rovnomerne osvetlenú plachtu (tzv. dome flat). Navyše sa týmto spôsobom odstráni aj vplyv zaprášených optických plôch celej optickej sústavy, ktorý sa prejaví ako drobné kruhové plôšky (Obrázok 44c) a iné nerovnomernosti celej optickej sústavy. Rovnomernú citlivosť opravenej snímky dostaneme podelením surovej snímky svetlou snímku opravenou odčítaním bias snímky.

Na to, aby boli opravy spoľahlivejšie sa pre zníženie vyčítavacieho a náhodného (Poissonovho) šumu oplatí spojiť niekoľko (minimálne 5 až 10) opravných snímok do tzv.

<sup>35</sup> Moderné CCD kamery obsahujú aj oblasť na čipe, tzv. „overscan“, ktorý treba pred redukciou odstrániť zo surovej snímky

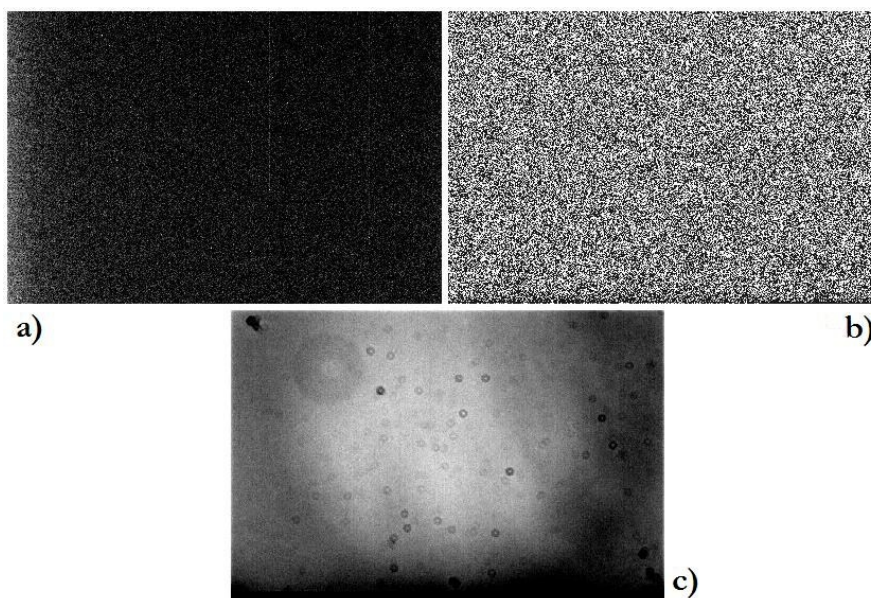
<sup>36</sup> Vignetačia je chyba optickej sústavy prejavujúca sa nižším jasom na okraji zobrazovaného obrazu spôsobená napríklad nepriehľadnými časťami konštrukcie optickej sústavy.

hlavnej („master“) snímky. Hlavná snímka vznikne ako medián hodnôt v každom obrazovom bode zo všetkých opravných snímok daného typu. Hlavná svetlá snímka sa často normalizuje na hodnotu 10 000 ADU. Výsledná snímka, na ktorej sa potom dá vykonať fotometria teda vznikne nasledovne:

$$\frac{\text{surová snímka} - \text{hlavná bias snímka} - \text{hlavná škálovaná temná snímka}}{\text{hlavná normalizovaná svetlá snímka} - \text{hlavná bias snímka}} \quad (67)$$

V praxi sa nám často stáva, že sa počas noci zmení dĺžka expozície surových snímok pri zachovanej teplote čipu kamery. Býva to z dôvodu úpravy expozičného času, najmä pri znížení vzdušnej hmoty a „seeing“, kedy úroveň signálu v pixloch pozorovanej hviezdy sa blíži k saturácii. Niekedy však k danej kombinácii teploty čipu  $T$  a expozície snímky  $t$  chýbajú temné snímky s danou expozíciou. Vtedy je možné použiť hlavné škálované temné snímky z inej noci (ak existujú) za predpokladu, že sa s elektronikou kamery nič vážne nestalo, čo by ovplyvnilo úroveň generovaného šumu. Ak však v archíve nikde dané pozorovanie nenájdeme, je možné použiť lineárnu interpoláciu na požadovanú expozíciu  $t$  medzi dvoma najbližšími hlavnými škálovanými temnými snímkami:

$$\text{snímka}[t, T] = \frac{\text{snímka}[t_1, T](t_1 - t) - \text{snímka}[t_0, T](t - t_0)}{t_1 - t_0} \quad (68)$$



**Obrázok 44:** Názorná ukážka opravných snímok získaných CCD kamerou SBIG-ST10XME patriacej AsÚ SAV. a) hlavná bias snímka pri teplote čipu  $-20^{\circ}\text{C}$ ; b) hlavná škálovaná (opravená o hlavnú bias snímku) temná (dark) snímka po 10 sekundovej expozícii a teplote čipu  $-20^{\circ}\text{C}$ ; c) hlavná svetlá (flat) snímka v  $R_c$  filtri.

## F. Apertúrna diferenciálna fotometria

Apertúrna CCD fotometria sa vyznačuje použitím softvérovej clony (apertúry), ktorá vymedzuje obrazové body snímky, ktoré treba pri fotometrii vziať do úvahy. Keďže pole CCD kamery je relatívne malé (v pavilóne G1 rádovo desať oblúkových minút v deklinácii), rozdiely vplyvu extinkcie v atmosfére na jasnosť hviezd budú zanedbateľné. Inštrumentálnu jasnosť objektu (hviezdy) určíme pomocou rovnice:

$$m = m_0 - 2,5 \log(N_*) \quad (69)$$

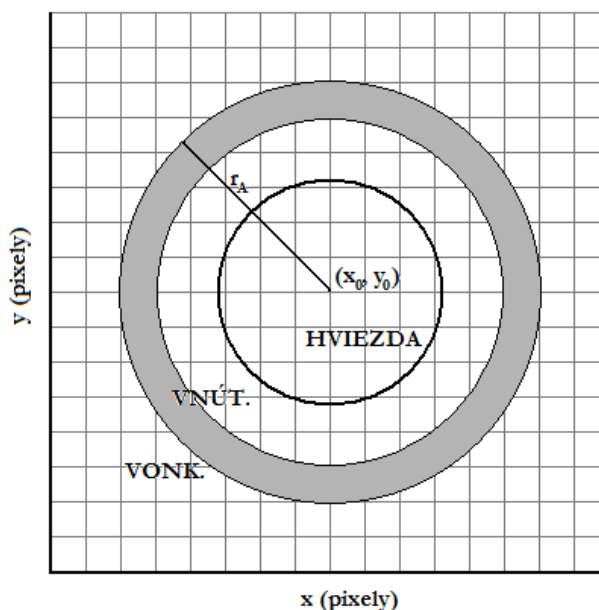
kde  $m_0$  je nulový bod systému a  $N_*$  sú počty elektrónov z hviezdy v celej danej apertúre. Najčastejšie sa pre hviezdy (a iné bodové zdroje) používajú kruhové clony. Potom množstvo elektrónov v apertúre zodpovedajúce hviezde vyjadríme:

$$N_* = \sum_{r \leq r_A} i(x, y)g - n\bar{N}_B \quad (70)$$

kde  $i(x, y)$  je intenzita pixla so súradnicami  $x, y$  v ADU,  $g$  je konštanta kamery vyjadrujúca počet elektrónov na jednu jednotku ADU,  $n$  je celkový počet pixlov v clone a  $\bar{N}_B$  je stredný počet elektrónov v jednom pixli zodpovedajúci pozadiu (oblohe). Spočítavame pritom cez všetky pixle vnútri polomeru clony  $r_A = \sqrt{(x - x_A)^2 + (y - y_A)^2}$ , kde  $x_A, y_A$  sú súradnice stredu apertúry. Polomer clony  $r_A$  v pixloch si zvolíme pri fotometrickom spracovaní sami. Keďže pixle sú štvorcové, hranice kruhových alebo eliptických apertúr prechádzajú časťou pixlov. V moderných fotometrických balíkoch sa do úvahy berú len tie časti pixlov, ktoré spadajú do zvolenej apertúry. Výpočet čiastkového toku z pixla komplikuje algoritmy používané pre apertúrnú fotometriu.

Hodnotu pozadia je najlepšie zistiť v oblasti od kraja apertúry po vnútornú clonu ďalej od predpokladanej hranice hviezdy (Obrázok 45). Potom  $\bar{N}_B$  je mediánom z počtu elektrónov vo všetkých pixloch z tejto oblasti.

Pri diferenciálnej fotometrii sa meraný zdroj signálu (premenná hviezda) porovnáva s kontrolným zdrojom (jedna alebo viac porovnávacích hviezd). Výhodou pri CCD fotometrii je možnosť nasnímať všetky zdroje signálu (hviezdy) v tom istom okamihu. Je tiež nutné sledovať magnitúdu porovnávacej hviezdy a porovnať ju s ďalšou hviezdou (kontrolnou), aby sme vylúčili zmenu jasnosti porovnávacej hviezdy. V prípade premenlivosti pomeru porovnávacej a kontrolnej hviezdy je potrebné pridať väčší počet kontrolných hviezd.



**Obrázok 45:** Názorná ukážka použitia apertúry. Sivá oblasť medzi vonkajšou a vnútornou apertúrou sa použije na zistenie jasnosti oblohy.

Výber vhodnej porovnávacej hviezdy závisí na viacerých faktoroch: jej uhlová vzdialenosť od meranej premennej hviezdy, jasnosť, farebný index a i. Pri apertúrnej fotometrii (meria sa signál v kruhovom okolí, apertúre, okolo zdroja signálu) je vhodné zvoliť hviezdy tak, aby pokrývali približne rovnakú plochu vo vybranej apertúre (v danom filtri). Z okraja apertúry sa potom odčíta aj jasnosť oblohy. Výsledkom je tzv. delta-magnitúda, alebo rozdiel magnitúd V-C (z angl. Variable – Comparison, čiže jasnosť premennej hviezdy – jasnosť porovnávacej hviezdy):

$$V - C = -2,5 \log \left( \frac{\text{premenná hviezda} - \text{obloha}}{\text{porovnávacia hviezda} - \text{obloha}} \right) \quad (71)$$

Je zrejmé, že  $V - C > 0$  vtedy, ak je premenná hviezda menej jasná ako porovnávacia.

## G. Spracovanie long-slit a échelle spektier v prostredí IRAF

Échelle spektrá vznikajú použitím špeciálnej difrakčnej tzv. échelle mriežky<sup>37</sup>, ktorá má schodovitý tvar. Štandardný spektrograf obsahuje jeden difrakčný prvok – hranol alebo mriežku, ktorý rozloží dopadajúce svetlo na spektrum. Échelle spektrograf obsahuje navyše ešte jeden hranol, alebo „grism“, ktorý je zaradený za échelle mriežkou. Na druhý difrakčný člen dopadá už rozptýlené svetlo. Rôzne vlnové dĺžky sú potom zobrazované s pomocou hranola na rôzne miesta na detektore (CCD kameru) čím vytvoria jednotlivé riadky. V échelle spektrografe sledujeme spektrum vysokého rádu (zvyčajne 30-120). Rády sa úplne prekrývajú a vo vlnových dĺžkach nasledujú za sebou, ale sú nerovnako dlhé (Obrázok 46): v červenej oblasti vlnových dĺžok sú najkratšie a ich dĺžka rastie k modrej oblasti.



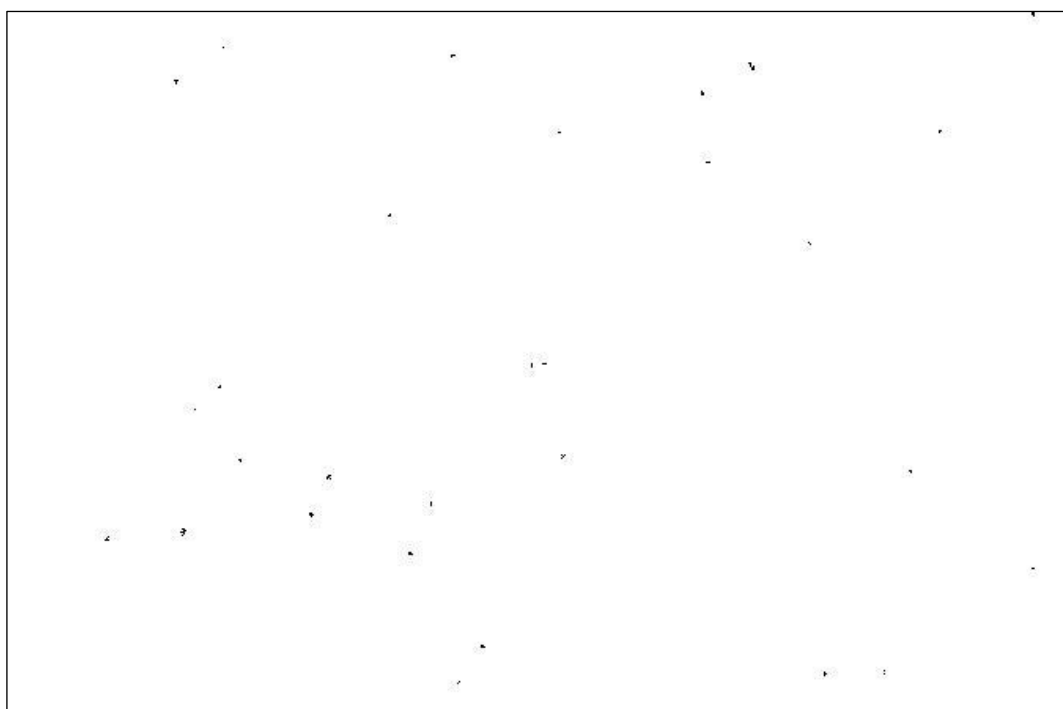
**Obrázok 46:** Ukážka échelle spektra z ďalekohľadu LCO Irénée du Pont.

Modulárne prostredie IRAF (Image Reduction and Analysis Facility) obsahuje všeobecné programy na redukciu a analýzu dát optickej astronómie v rámci balíku noao. Štandardné umiestnenie je pod `noao.imred.ccdred.ccdproc`. Pod týmto balíkom vykonáme redukcie na „overscan“, „bias“ (prípadne „dark“), „flat“ a kozmické zásahy. Aby IRAF automaticky spracovával .fits súbory, musíme ich nadefinovať ako

<sup>37</sup> Z franc. „échelle“ = rebrík, schody

štandardný typ: `set imtype="fits"`. Či sa tak stalo je možné overiť príkazom `show imtype`.

Pred úplným začiatkom treba zo spektier a svetlých snímok odstrániť kozmické zásahy<sup>38</sup>. Sú to preexponované obrazové body na čípe, ktoré vznikli po dopade vysokoenergetických fotónov. V práci používame samostatný program `dcr` (Pych, 2004), ktorý zasiahnuté pixle nahradí priemerom alebo mediánom z ich okolia. Zo vstupného súboru nám vytvorí súbor očistený o kozmické zásahy (ďalej s príponou `.cleaned`) a súbor s vyznačenými kozmickými zásahmi (napr. s príponou `.cr`)



**Obrázok 47:** Miesta ovplyvnené kozmickými zásahmi na jednej zo snímok.

Overscan je oblasť na CCD čípe (štandardne asi 15-30 pixlov na okraji jedného z rozmerov čipu), kde sú uložené variácie „bias“ úrovne v smere osi  $y$  na čípe. Túto oblasť pre ďalšie spracovanie snímku treba odstrániť, ale medián hodnôt v riadku treba odpočítať od pixlov v obrazovej časti riadku. Hlavné opravné snímky získame procedúrami `zerocombine`, `darkcombine`, resp. `flatcombine`. Zoznamy súborov, ktoré obsahujú označenie `bias`, `dark`, resp. `flat` v hlavičke si vyrobíme príkazom `ccdlist`. Príkazom `epar <názov procedúry>` nastavíme parametre danej procedúry pre najbližšie spustenie. Pri každom parametri je aj jeho krátky popis. Nakoniec sa vykonajú fotometrické korekcie pomocou pixelovej aritmetiky procedúrou `imarith`.

<sup>38</sup> anglický termín je „Cosmic Rays“, čiže doslova kozmické lúče

```
noao
imred
ccdred
```

```
ccdproc ("*.fits", output="", ccdtype="", max_cache=0, noproc=no,
fixpix=yes, overscan=yes, trim=yes, zerocor=no, darkcor=no, flatcor=no,
illumcor=no, fringecon=no, readcor=no, scancor=no, readaxis="line",
fixfile="bpm.txt", biassec="[2049:2064,1:1300]",
trimsec="[1:2043,1:1298]", zero="", dark="", flat="", illum="",
fringe="", interactive=no, function="legendre", order=3, sample="",
naverage=1, niterate=1, low_reject=3., high_reject=3., grow=0.)39
```

```
ccdlist ("*.fits", ccdtype="zero", names=yes, long=no, ccdproc="",
mode="", > "zero.txt")
```

```
ccdlist ("*.fits", ccdtype="flat", names=yes, long=no, ccdproc="",
mode="", > "list.txt")
```

```
ccdlist ("*.fits", ccdtype="object", names=yes, long=no, ccdproc="",
mode="", >> "list.txt")40
```

```
zerocombine ("@zero.txt", output="Zero", combine="average",
reject="minmax", ccdtype="zero", process=no, delete=no, clobber=no,
scale="none", statsec="", nlow=1, nhigh=1, nkeep=1, mclip=yes, lsigma=3.,
hsigma=3., rdnoise="6.", gain="1.", snoise="0.", pclip=-0.5, blank=0.)
```

```
ccdproc ("@list.txt", output="", ccdtype="", max_cache=0, noproc=no,
fixpix=no, overscan=no, trim=no, zerocor=yes, darkcor=no, flatcor=no,
illumcor=no, fringecon=no, readcor=no, scancor=no, readaxis="line",
fixfile="", biassec="", trimsec="", zero="Zero", dark="", flat="",
illum="", fringe="", interactive=no, function="legendre", order=1,
sample="", naverage=1, niterate=1, low_reject=3., high_reject=3.,
grow=0.)
```

```
ccdlist ("*.fits", ccdtype="flat", names=yes, long=no, ccdproc="",
mode="", > "flat.txt")
```

```
flatcombine ("@flat.txt", output="Flattmp", combine="median",
reject="avsigslip", ccdtype="", process=no, subsets=no, delete=no,
clobber=no, scale="median", statsec="", nlow=1, nhigh=1, nkeep=1,
mclip=yes, lsigma=3., hsigma=3., rdnoise="6.", gain="1.", snoise="0.",
pclip=-0.5, blank=1.)
```

```
boxcar ("Flattmp", "Flat", xwindow=20, ywindow=15, boundar="reflect")
```

```
imarith ("Flattmp", "/", "Flat", "Flat", title="", divzero=1.,
hparams="", pixtype="", calctype="", verbose=yes, noact=no)
```

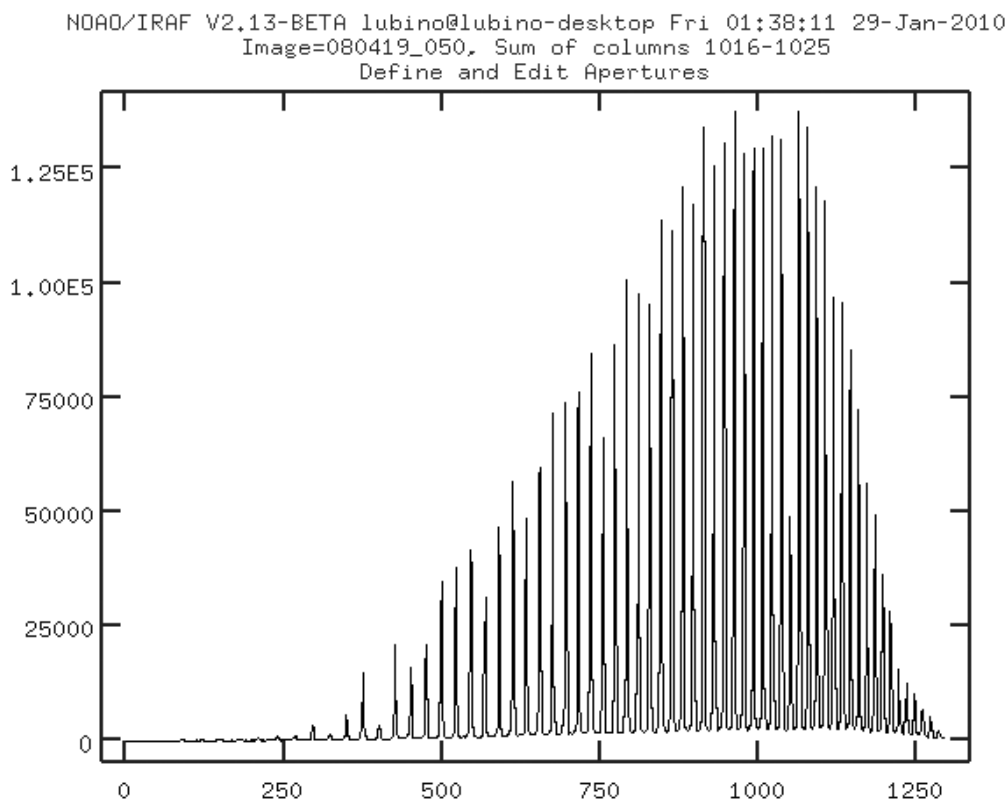
<sup>39</sup> Súbor „bpm.txt“ obsahuje súradnice zlých obrazových bodov, prípadne celých stĺpcov na CCD čípe, konkrétne hodnoty polí biassec a trimsec zodpovedajú rozmeru čípu na LCO. Zlé pixle sú lineárne interpolované zo susedných hodnôt.

<sup>40</sup> Oprava o bias sa vykoná na svetlých snímkach (flat) aj surových snímkach oblohy (object)

```
ccdlist ("*fits", ccdtype="object", names=yes, long=no, ccdproc="",
mode="", > "object.txt")
```

```
imarith ("@object.txt", "/", "Flat", "@object.txt", title="", divzero=0.,
hparams="", pixtype="", calctype="", verbose=yes, noact=no)
```

Procedúry na špecifické spracovanie échelle spektier nájdeme pod balíčkom `noao.imred.echelle`. Na začiatku je potrebné identifikovať a extrahovať apertúry, resp. jednotlivé rády échelle spektra z meraného spektra. Snímka musí byť dobre exponovaná, aby boli apertúry (rády) dobre definované. Štandardnú apertúru dopredu nadefinujeme príkazmi `apdefault` a `aptrace`. Nastavenia v `apdefault` určujú automatické označenie oblastí s exponovaným spektrom (apertúru) a úrovně ich pozadia (možné upraviť aj interaktívne). V `aptrace` je najdôležitejšie nastaviť stupeň prekladacieho polynómu na vyšší ako 2 (lineárny), pretože échelle spektrá majú rády deformované do oblúka. Následne je možné spustiť procedúru `apedit`, ktorá požaduje meno vstupného súboru. Vybrali sme napr. porovnávaciu hviezdu HD 96568 (štandardná hviezda pre spektrálny typ A3V), ktorá je dostatočne jasná. Vyextrahované apertúry nakoniec uložíme do súboru.



**Obrázok 48:** Polohy rádov échelle spektra exponované na CCD čipe. Horizontálna os zodpovedá súradnici osi  $y$  v danom priereze čipom, kým zvislá os označuje intenzitu rádu.

```
noao
imred
echelle
```

```
apedit
```

```
noao
imred
ccdred
```

```
ccdlist ("*.cleaned.fits", ccdtype="object", names=yes, long=no,
ccdproc="", mode="", > "aper_c_obj.txt")
```

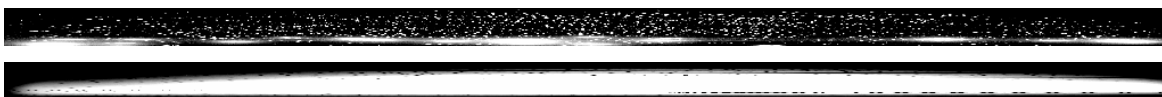
```
ccdlist ("*.fits", ccdtype="comp", names=yes, long=no, ccdproc="",
mode="", > "aper_cmp.txt")
```

Procedúra `apsum` spracuje apertúry všetkých súborov zo zoznamov vytvorených v predošlom kroku. Následne podľa možnosti ponúka interaktívne prekladanie apertúr polynómom (možno sledovať, či IRAF stratil stopu a či si ju našiel) a umožní prezrieť si jednotlivé vyextrahované spektrá z každej apertúry. Museli sme venovať zvýšenú pozornosť hlavne v modrej oblasti spektra, kde konce apertúr sú zle exponované a sledovanie apertúry sa tam stráca, čo vedie aj k zlému preloženiu polynómom. Takéto konce apertúr sme nebrali do úvahy. Nakoniec dostaneme súbor s príponou `ec.fits`, ktorý obsahuje vyrovnané (zatiaľ nie rektifikované) apertúry (Obrázok 49).

```
noao
imred
echelle
```

```
apsum ("@aper_c_obj.txt", output=" ", apertures=" ", format="echelle",
references="last", profiles="", interactive=yes, find=no, recenter=yes,
resize=no, edit=no, trace=yes, fittrace=yes, extract=yes, extras=no,
review=yes, line="", nsum=8, background="fit", weights="variance",
pfit="fitld", clean=no, skybox=3, saturation=32000., readnoise=5,
gain=1., lsigma=4., usigma=4., nsubaps=1)
```

```
apsum ("@aper_cmp.txt", output=" ", apertures=" ", format="echelle",
references="last", profiles="", interactive=no, find=no, recenter=no,
resize=no, edit=no, trace=no, fittrace=no, extract=yes, extras=no,
review=yes, line="", nsum=8, background="none", weights="none",
pfit="fitld", clean=no, skybox=3, saturation=32000., readnoise=5,
gain=1., lsigma=4., usigma=4., nsubaps=1)
```



**Obrázok 49:** Vyextrahované apertúry (riadky) zoradené pod sebou. Rády ešte nie sú normalizované. Hore čiary porovnávacieho Th-Ar spektra, dolu spektrum hviezdy OQ Vel.

V nasledujúcom kroku sme pristúpili k určeniu disperznej krivky (funkcia, ktorá fyzickú pozíciu na čipe v pixloch pretransformuje na vlnovú dĺžku v ångströmoch). Samotnú opravu vykonáva procedúra `dispcor`, ale predtým je potrebné identifikovať jednotlivé čiary z niektorého vyextrahovaného porovnávacieho spektra ("SÚBOR") podľa atlasu spektra tóριοvo-argónovej lampy (Th-Ar) a priradiť im správne vlnové dĺžky pomocou procedúry `ecidentify`. Proces je časovo náročný, musíme označiť veľké množstvo čiar manuálne (tak aby boli približne rovnomerne umiestnené v celej dĺžke spektra, ale stačí približne každý piaty rád). Ďalšie menej výrazné čiary si program určí sám porovnávaním so zoznamom čiar<sup>41</sup> (napr. konkrétne `linelist$thar.dat`). Výsledným súborom preloží polynóm a spočíta rezíduá. Odstránime chybné uložené body (s veľkými rezíduami) a spektrum opätovne prekladáme, pokiaľ nedosiahneme hodnotu strednej kvadratickej odchýlky  $\sim 0,005 \text{ \AA}$ .

Procedúra `ecreidentify` slúži na porovnanie preloženia disperznej krivky v prvom referenčnom spektre "SÚBOR" a jej aplikáciu a úpravu pre všetky ďalšie porovnávacie spektrá. Spracovanie ďalších nocí je možné urýchliť kopírovaním jedného referenčného `.ec` súboru, jedného súboru s vyextrahovanými apertúrami porovnávacieho spektra a súbor s posledne určenými apertúrami: `aplast` do databázového adresára novej noci a `uparm` adresár s uloženými parametrami použitých procedúr.

Ďalšia procedúra v poradí `refspectra` priradí jednotlivým spektrám objektov správne porovnávacie spektrá (v tomto prípade najbližšie exponované). Posledná procedúra `dispcor` nakoniec prepočíta vlnové dĺžky pre všetky spektrá.

```
noao
imred
echelle
```

```
ecidentify ("SÚBOR", database="database", coordlist="linelists$thar.dat",
units="", match=1.0, maxfeatures=100, zwidth=10., ftype="emission",
fwidth=4., cradius=5., threshold=10., minsep=2., function="chebyshev",
xorder=5, yorder=4, niterate=1, lowreject=3., highreject=3.,
autowrite=no, graphic="stdgraph", cursor="")
```

```
noao
imred
ccdred
```

```
ccdlist ("*.ec.fits", ccdtype="comp", names=yes, long=no, ccdproc="",
mode="", > "compar.txt")
```

```
ecreidentify ("@compar.txt", "SÚBOR", shift=0., cradius=3., threshold=5.,
refit=yes, database="database", logfile="STDOUT,logfile")
```

---

<sup>41</sup> zoznamy čiar možno nájsť na webovej stránke NOAO: <http://www.noao.edu/kpno/tharatlas/> alebo LCO: <http://www.lco.cl/telescopes-information/irenee-du-pont/instruments/website/echelle-spectrograph-manuals/echelle-spectrograph-manuals/atlas>

```
ccdlist (".ec.fits", ccdtype="object", names=yes, long=no, ccdproc="",
mode="", > "object.txt")
```

```
refspectra ("@object.txt", references="@compar.txt", apertures="",
refaps="", ignoreaps=yes, select="following", sort="UTSTART", group="",
time=yes, timewrap=17., override=yes, confirm=yes, assign=yes,
logfile="STDOUT,logfile", verbose=yes)
```

```
dispcor ("@object.txt", " ", linearize=yes, database="database",
table="", flux=yes, samedisp=no, global=no, ignoreaps=no, confirm=no,
listonly=no, verbose=yes, logfile="logfile")
```

Na rektifikovanie spektier (vyrovnanie úrovně kontinua v dôsledku interferencie svetla a maxima intenzity v určitém uhle) a ich normalizáciu (úroveň kontinua nastavená definitoricky na 1) potrebujeme vypočítať úroveň kontinua (procedúra `continuum`). Za vstupný súbor<sup>42</sup> `VSTUP` si zvolíme súbor so spektrom pomaly rotujúcej hviezdy (pri prekladaní kontinua by rotačne rozšírené spektrálne čiary prekážali) raného spektrálneho typu (menej spektrálnych čiar). Prekladací polynóm upravujeme pridávaním bodov s rôznym váhovaním, prípadne meníme rád polynómu. Získame výstupný súbor `continuum.fits` (Obrázok 50). Týmito hodnotami normalizujeme všetky vyextrahované spektrá (`@object.txt`) pozorovaných objektov delením hodnotou kontinua pomocou procedúry `imarith`. Výsledné normalizované spektrá majú predponu „n“. Kvôli rozdielnym spektrálnym typom normalizačného štandardu a jednotlivých spektier a takisto rôznej úrovne spektier, bude priebeh kontinua približne linárny, ale naklonený. Preto je potrebné vykonať normalizáciu ešte raz.

```
noao
onedspec
```

```
continuum ("VSTUP", "continuum", lines="*", type="fit", replace=no,
wavescale=yes, logscale=no, override=yes, listonly=no,
logfile="logfile", interactive=yes, sample="*", naverage=-5,
function="chebyshev", order=12, niterate=4, grow=1., markrej=yes)
```

```
string input, output
while (fscan("@object.txt",input) != EOF) {
  output="n"//input
  imarith (operand1=input, op="/", operand2="continuum", result=output,
  title="", divzero=0., verbose=yes, noact=no) }
```



**Obrázok 50:** Obrázok s hodnotami kontinua pre jednotlivé rády (hore) a normalizované spektrum hviezdy HD 96568 (dole). Horné rády majú výrazne zašumené okraje.

<sup>42</sup> .ec súbor s vyextrahovanými apertúrami s správne zoradenými vlnovými dĺžkami

## H. Spracovanie fotometrie programom Muni- pack

Príprava na spracovanie fotometrie zahŕňa získanie hlavných opravných snímok (dodatok E) k danému pozorovaniu. Program Muni-pack používa na apertúrnu fotometriu balík DAOPHOT. Po úprave surových snímok o šum v poradí: bias, dark, flat je možné nastaviť parametre fotometrie. Jedným z hlavných je FWHM objektu v obrazových bodoch. Túto hodnotu možno zmerať priamo zo snímky pomocou programu SAO Image alebo komerčným Maxim DL, ktoré v okolí kurzora myši zobrazujú kruh zvolenej apertúry. Prahový parameter (angl. treshold) označuje počet sigma (štandardných odchýlok), s ktorými je objekt detegovaný voči rozptylu pozadia. Fotometria sa vykoná pre všetky vopred zvolené apertúry (polomer v obrazových bodoch), vo výsledku potom vyberieme tú, ktorá ponúka najpriateľnejšie hodnoty šumu. Na získanie celej svetelnej krivky je potrebné jednotlivé CCD snímky lineárne poposúvať v dvoch osiach voči zvolenej referenčnej snímke. Program zo zvoleného počtu porovnávacích hviezd zostrojí trojuholníky, a porovnáva ich polohy. Súčasťou výpočtu a výsledného výstupu je aj hodnota koeficientu vzdušnej hmoty (dodatok A) a heliocentrická korekcia. Po získaní inštrumentálnych magnítud ich prevedieme na medzinárodné<sup>43</sup> (dodatok C).

---

<sup>43</sup> funkcia nepodporovaná programom Muni-pack

## I. Extrahovanie funkcií rozšírenia v prostredí IDL

Na extrahovanie funkcií rozšírenia (BF) sme použili programy v prostredí IDL pripravené Dr. Rucinskim. Na začiatku potrebujeme vlnovo skalibrované rektifikované spektrá objektov a aspoň jedno spektrum štandardnej hviezdy spracované v prostredí IRAF (dodatok G) v jedinom pracovnom adresári. Vytvoríme si ich zoznam (napr. súbor `V2610Oph.lst`) tak, aby na prvej pozícii bol názov súboru obsahujúceho spektrum štandardu. Pomocný program `BFpro4.pro` skontroluje konce spektra na efekty vignetácie, kde vo vstupných parametroch uvádzame zoznam spektier, začiatok vektora v ångströmoch, počet prvkov a krok radiálnych rýchlostí v  $\text{km}\cdot\text{s}^{-1}$ :

```
BFpro4, 'V2610Oph.lst', 4900.0, 8850, 6.5
```

Samotnú analýzu porovnávacieho spektra vykonáme v ďalšom kroku procedúrou `BFpro1.pro`:

```
BFpro1, 'K0004000.fits', 4900., 8850, 151, 6.5, w1, des, ww, u, v, vel
```

kde vstupnými údajmi je meno súboru so štandardnou hviezdou, nasleduje začiatok vektora v ångströmoch, párny počet pixlov spektra, nepárny počet pixlov pre BF, krok v radiálnej rýchlosti v  $\text{km}\cdot\text{s}^{-1}$  a úsek spektra (v pixloch), ktorý treba ignorovať. Medzi výstupné parametre potrebné pre ďalšiu procedúru v poradí patria: vektor `w1` (logaritmus vlnových dĺžok), matica `des` (dizajn) a vektory `ww`, `u`, `v` potrebné pre SVD metódu a konečne vektor rýchlostí `vel` na výsledné BF. Pre hviezdne BF použijeme oblasť  $4\,900 - 5\,400 \text{ \AA}$ .

Ak originálne spektrá nie sú opravené na heliocentrickú rýchlosť, musíme ich opraviť a až potom k nim môžeme pripočítať rýchlosť štandardu. Procedúra `hjd_phase.pro` určí heliocentrický juliánsky dátum a zodpovedajúcu orbitálnu fázu podľa dátumu a času stredu pozorovania. Vstupnú hodnotu  $HJD_0$  zadávame tak, aby zodpovedala primárnemu zákrytu a spolu s periódou v tvare reálneho čísla „double precision“.

```
hjd_phase, 'V2610oph.lst', 2454020.3379d0, 0.42651422d0, hjd, phase
```

Heliocentrickú korekciu určíme procedúrou `hjd_vel.pro`. Vstupným parametrom je zoznam spektier a v predošlom kroku vypočítané HJD jednotlivých pozorovaní:

```
hjd_vel, 'v2610oph.lst', hjd, hvc
```

Reálne pokrytie fáz dátami zistíme:

```
plot, phase, psym=1, yran=[0, 1]
```

BF extrahujeme z originálnych dát. Vstupom je zoznam všetkých spektier, názov súboru na zoznam spektier, ktoré sú vhodné na ďalšie spracovanie a parametre  $w_1$ ,  $ww$ ,  $u$ ,  $v$  získané z procedúry BFpro1:

```
BFpro2, 'V26100ph.lst', 'V26100ph1.lst', w1, ww, u, v, images, spec, bf
```

kde pole `images` bude obsahovať mená súborov, pole `spec` spektrá v intervaloch definovaných v BFpro1 a pole `bf` surové funkcie rozšírenia. V ďalšom kroku vyhladáme získané BF pomocou Gaussovej funkcie s piatimi rôznymi  $\sigma$  hodnotami od 1,0 pixlu po 3,0 pixlu pomocou procedúry BFpro3.pro:

```
BFpro3, bf, bf10, bf15, bf20, bf25, bf30
```

Typicky pri spracovaní používame BF vyhladené na rozlíšenie spektrografu. Docielime to ich konvolúciou s gausiánom so  $\sigma = 1,5$  pixlu, v prípade horšieho pomeru signálu a šumu v dátach so  $\sigma = 2,0$  pixlu.

Pri samotnom meraní radiálnych rýchlostí si najprv vytvoríme polia pre radiálne rýchlosti ich váhovanie (s dĺžkou pre všetky pozorované orbitálne fázy):

```
rvp[i]=fltarr(...)
wtp[i]=fltarr(...)
```

Do vstupného vektora  $a$  vkladáme údaje v poradí pre jednotlivé zložky (primárna, sekundárna, prípadne ďalšie zložky) a to amplitúda Gaussovej funkcie  $A$ , jej stred  $\mu$  a disperzia  $\sigma$ . Poslednou hodnotou je úroveň pozadia  $B$ :

```
a=[1, -50, 120, 0.5, 250, 80, 0]
da=fltarray(5)
```

Nastavíme iteráciu:

```
i=1
bbb=reform(bf15[i, *])
bbb=bbb/max(bbb)
```

a opakujeme nasledujúci cyklus, kým všetky korekcie  $da$  nie sú nulové:

```
a=a+da
y=two_gs(vel, bbb, a, da)
```

```

plot,vel,bbb&oplot,vel,y,line=2
print,form='(7f10.4)',a,da
rvpm[i]=a[1]
rvsm[i]=a[4]
wtp[i]=1.
wts[i]=1.

```

Opravu z geocentrickej na heliocentrickú rýchlosť vykonáme jednoduchou aritmetikou. Vektor `hvc` obsahuje na nulte pozícii heliocentrickú korekciu pre štandardnú hviezdu, merané hodnoty radiálnych rýchlostí primárnej, resp. sekundárnej zložky sú uložené v premenných `rvpm` a `rvsm`. Radiálnu rýchlosť štandardnej hviezdy musíme zistiť z literatúry. Potom opravené radiálne rýchlosti primárnej a sekundárnej hviezdy určíme ako:

```
rvp[i] = rvpm[i] - hvc[0] + hvc[i] + RVstd
```

Prípadná tretia zložka sa zvyčajne prejaví vo funkcii rozšírenia ako úzky profil. Ak je táto zložka gravitačne zviazaná so zákrytovou dvojhviezdou, jej radiálna rýchlosť je blízka rýchlosti ťažiska dvojhviezdy. Fázový diagram jednotlivých BF možno vykresliť:

```

w=sort(phase)
contour,bf15[w,*],levels=findgen(10)/10+0.1,/fill

```

Na skúmanie zložiek tesnej sústavy je potrebné dodatočnú kontamináciu odstrániť. Vo fázach, kde sa prejaví tretia zložka, musíme preložiť všetky BF Gaussovou funkciou a odčítať príspevok vonkajších telies z BF. Radiálne rýchlosti potom meriame klasickým spôsobom. Definujeme pole pre tretiu komponentu a pole BF s odpočítanou treťou zložkou:

```

rv3m=fltarr(3,...)
bf15_2=bf15

```

Nastavíme iteráciu:

```

i=1
bbb=reform(bf15[i,*])
bbb=bbb/max(bbb)

```

a pokračujeme pozmeneným cyklom, kde polia `a`, `da` sú 10-prvkové:

```

a=a+da
y=three_gs(vel,bbb,a,da)
plot,vel,bbb&oplot,vel,y,line=2
print,form='(10f8.2/10f8.4)',a,da
rv3m[* ,i] = a[6:8]

```

---

```
bf15_2[i,*]=bbb-a[6]*exp(-(a[7]-vel)^2/a[8]^2)
```

kde posledné dva riadky uložia radiálne rýchlosti tretej zložky a odčítajú ich príspevok. Nakoniec vykonáme heliocentrickú korekciu radiálnych rýchlostí tretej zložky:

```
rv3 = reform(rv3m[1,*]) - hvc[0] + hvc + RVstd
```

Pomer tretieho svetla voči svetelnému toku tesného páru  $l_3/(l_1 + l_2)$  možno určiť procedúrami `BFanal3.pro` alebo `BFanal3x.pro`:

```
BFanal3,vel,bf15[20,*]
BFanal3x,vel,bf15[20,*],bf15_2[20,*]
```

alebo jednoduchým podielom plôch príslušných Gaussových funkcií:

$$\frac{l_3}{l_1 + l_2} = \frac{A_3 \sigma_3}{A_1 \sigma_1 + A_2 \sigma_2}$$

V prípade štyroch pozorovaných zložiek postupujeme analogicky pomocou funkcie `four_gs`, pre preloženie štyrmi gausiánmi s 13-prvkovými parametrami `a`, `da`.

## J. Rotačné profily novoobjavených dvojhviezd a viacnásobných sústav

