Meranie vzdialenosti Zem – Slnko z prechodu Venuše pred slnečným diskom

RNDr. Miroslav Znášik
Hvezdáreň v Žiline, Horný Val 20/41, 010 01 Žilina

Abstrakt : Prechod Venuše pred slnečným diskom je jednou z možností, ako zmerať vzdialenosť medzi pozorovateľom na Zemi a Slnkom jednoduchými prostriedkami. Tie sú v poradí od najjednoduchších (a aj najmenej presných) po relatívne najzložitejšie postupne uvádzané v tomto článku.

8. júna 2004 môžeme za priazne počasia pozorovať z nášho územia celý výnimočný astronomický úkaz – prechod Venuše po slnečnom disku. Na akékoľvek pozorovanie musíme poznať základné údaje o pozorovacom stanovišti (zemepisné súradnice; šírka a dĺžka prípadne i nadmorská výška) a ďalej mať k dispozícii presný čas a astronomický ďalekohľad. Hlavne z dôvodu bezpečnosti a ochrany zdravia pozorovateľa doporučujeme zásadne pozorovať celý úkaz iba v priemete na bielu plochu, postavenú kolmo na optickú os za výstupnou pupilou ďalekohľadu. Ani použitie dokonalých optických filtrov (pred objektívom) ktoré mnohonásobne znižujú intenzitu slnečného svetla nezaručuje úplnú bezpečnosť pozorovateľa; náhodné odstránenie takéhoto filtra (pád, poškodenie, úmysel) trvalo a neodvolateľne ničí jeden z najdokonalejších výtvorov prírody – ľudské oko !

Obraz Slnka spolu s Venušou premietame na biely, nie príliš hladený papier. Rovinu papiera postavíme kolmo za okulár ďalekohľadu do vzdialenosti, v ktorej priemer Slnka dosiahne lineárny rozmer najmenej 125 mm. U väčších ďalekohľadov môžeme zobrazovať i na plochu štandardného protokolu na pozorovanie slnečnej fotosféry s priemerom 250 mm.

Zdrojom času, dostatočne presným na naše pozorovanie môže byť čas, uvádzaný na teletexte bežne dostupných televíznych staníc (Jednotka, Dvojka, Markíza, Joj a pod.). Zobrazovaný čas sa nelíši od skutočnosti viac ako o celú sekundu, čo je pre naše merania veľmi prijateľná presnosť. Súradnice pozorovacieho stanovišťa určíme najjednoduchšie z topografickej mapy mierky 1:50 000 (2 cm = 1 km; 1/2 mm zodpovedá 50 m) s presnosťou desatiny oblúkovej minúty: 1′ v smere sever – juh zodpovedá 1853 m (námorná míľa), v smere východ - západ v našich zem. šírkach okolo 1230 m. Najpresnejšie zobrazené objekty na topografických mapách bývajú križovatky ciest.

A) Určenie vzdialenosti Slnka z uhlového priemeru Venuše

Už z prvého teleskopického pozorovania prechodu Venuše pred diskom Slnka (J. Horrocks a W. Crabtree, 5.12. 1638) sú dochované okrem vzdialenosti stredu Venuše od stredu Slnka aj uhlové rozmery tmavého disku planéty; asi 63“. Ak zmeriame vhodnou metódou zdanlivý priemer Venuše, možno zistiť pomocou odhadu jej rozmerov aj jej vzdialenosť, vyjadrenú v jednotkách vzdialenosti Zeme od Slnka. Na odhad priemeru tmavého kotúčika použijeme papierové pravítko (a meriame v mm), alebo vopred pripravenú pomôcku s rôzne veľkými obrazmi planéty v tvare tmavej guličky. Tá môže byť napr. okalibrovaná v priemere po 0,2 mm. Priložením papiera s kalibrom ku skutočnému obrazu planéty v priemete na slnečný disk zistíme, ktorá gulička s priemerom d najviac podobá skutočnosti. Z jej priemeru d a priemeru obrazu Slnka D (v mm) získame :

$$d\,(') = 31{,}53' \times d/D \qquad (1)$$

Tretia odmocnina pomeru vzdialeností Zeme a Venuše od Slnka je podľa III. Keplerovho zákona rovná odmocnine pomeru príslušných siderických obežných dôb planét; 1,00004 roka u Zeme a 0,61521 r. u Venuše :

$$(R_Z / R_V) = (1{,}00004 / 0{,}61521)^{2/3} \quad R_V = 0{,}72333\, R_Z, \qquad R_z = 1{,}38249\, R_v \qquad (2)$$

Ak by W. Crabtree predpokladal, že priemer Venuše je rovnaký ako priemer Zeme (logický odhad že planéty sú rovnaké je zhodou okolností v tomto prípade aj blízky pravde) vyšla by mu pre vzdialenosť pozorovateľa od Venuše v strede prechodu hodnota :

$$D\,(\text{km}) = 12756\text{ km} \times (206264{,}8'' / 63'') \quad \text{t.j. } 41\,763\,710\text{ km} \qquad (3)$$

Podľa vzťahu (2) je vzdialenosť Zeme a Venuše (ak je vzdialenosť Zeme jednotkou – astronomickou jednotkou vzdialenosti) v strede prechodu rovná 0,27667 AU, z toho vyplýva: 1 AU = 150 951 350 km, čo predstavuje rozdiel oproti skutočnosti iba 0,9% ! Z tejto hodnoty vzdialenosti odvodená hodnota paralaxy Slnka by bola 8,715". Oproti prvému pokusu Richtera a Cassiniho z r. 1672 s výsledkom 9,7" (zo súčasného pozorovania Marsu) by to bola oveľa presnejšia hodnota.

Z odhadnutých rozmerov Venuše na slnečnom disku „d" (mm), rozmeru Slnka D (mm) a odhadu skutočného priemeru Venuše môžeme pozorovania zhrnúť do tabuľky :

Pri priemere Slnka v projekcii D = 125 mm

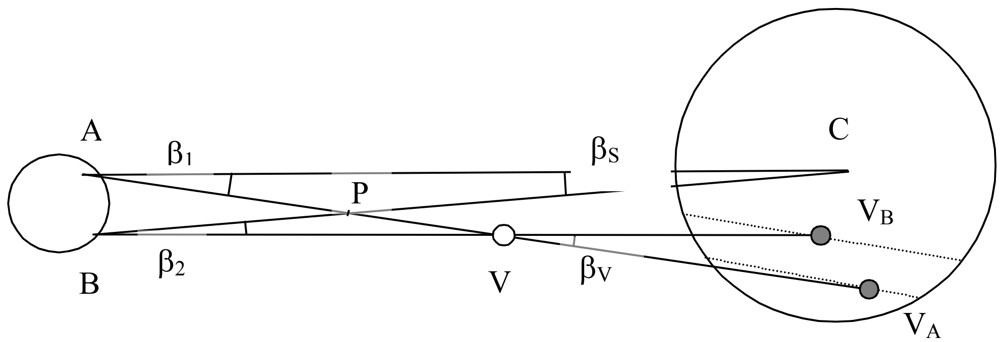
Priemer Venuše (mm)	**Priemer Venuše (v obl. sekundách)**	**Vzdialenosť Venuše pri priemere :**		**Hodnota astronomickej jednotky (km)**
		12 756 km	**12 102 km**	
3,8	57,5	45 758 545	43 408 918	156 897 812
4,0	60,5	43 489 484	41 256 369	149 117 610
4,2	63,6	41 369 713	39 245 445	141 849 297
4,4	66,6	39 506 312	37 477 772	135 460 003

Diferencii 0,2 mm v určení priemeru zodpovedá chyba v určení vzdialenosti až 7,5 mil km ! (t.j. okolo 5 %). Zvýšením presnosti určenia priemeru Venuše v strede prechodu na 0,1 mm (napr. pomocou nónia) by sme zvýšili presnosť dvakrát, t.j. s chybou 3,7 mil. km. Aj pri tejto presnosti možno ešte stále zanedbať aj vzdialenosť pozorovateľa od stredu Zeme (najviac 6378 km).

B) Halleyho metóda

V roku 1677 pozoroval E. Halley na Ostrove Sv. Heleny prechod Merkúru pred slnečným diskom. Ten ho údajne inšpiroval na nápad, využiť na určenie jednotky vzdialenosti Zeme a Slnka prechody Venuše, ktorá sa dostáva ku Zemi podstatne bližšie ako Merkúr. Až oveľa neskôr, v r. 1716, navrhol v spise *„ Metodus singularis qua Solis ope Veneris...etc...determinari poterit“* jednoduchú metódu, ako získať okamžitú hodnotu vzdialenosti stredu Zeme od Venuše i Slnka. (Anglický preklad z roku 1809 je možné nájsť na stránke http://sunearth.gsfc.nasa.gov/eclipse/transit/HalleyParallax.html).

Metóda vychádza z jednoduchého predpokladu; každému z pozorovateľov na Zemi, ktorí pozorujú z rôznych miest povrchu, sa Venuša premieta na iné miesto na disku Slnka. Uhlová vzdialenosť stredov zdanlivých obrazov Venuše na disku Slnka je vlastne uhlom, pod ktorým by videl hypotetický pozorovateľ zo stredu Venuše pozorovacie stanovištia oboch pozorovateľov na povrchu Zeme.



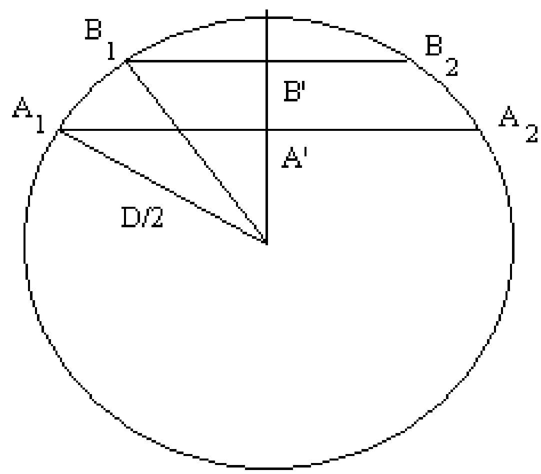
Nech A,B, sú pozorovatelia na povrchu Zeme, O je stred Zeme, C je stred Slnka. Pozorovatelia A,B, vidia v rovnakom čase Venušu na slnečnom disku v bodoch V_A a V_B. Tieto body sú v okamihu pozorovania vzdialené od stredu Slnka C v uhlovej vzdialenosti β_1 a β_2 . Pozorovateľ z Venuše by videl oboch pozorovateľov na Zemi vzdialených β_V, pozorovateľ zo stredu Slnka pod uhlom β_S . Trojuholníky APC a BPV majú rovnaký uhol pri vrchole P, z toho vyplýva rovnosť súčtov doplnkových uhlov :

$$\boldsymbol{\beta_1 + \beta_S = \beta_2 + \beta_V} \qquad (4)$$

z toho

$$\boldsymbol{\beta_V - \beta_S = \beta_1 - \beta_2 = \Delta\beta} \qquad (5)$$

Túto vzdialenosť možno určiť Halleyho metódou z časov kontaktov Venuše so Slnečným diskom – trvania prechodu – z dvoch rôznych miest na Zemi. Dve tetivy na slnečnom disku sú vzájomne vzdialené o uhol $\boldsymbol{\Delta\beta}$. Z uhlových rozmerov tetív $\mathbf{t_A}$ a $\mathbf{t_B}$ pozorovateľov A, B alebo z času trvania prechodov a uhlovej rýchlosti pohybu planéty po disku Slnka (v jednotkách slnečného priemeru, či priemeru Venuše za časovú jednotku) možno vzdialenosť $\boldsymbol{\Delta\beta}$ vyjadriť z geometrie úkazu :



$$\Delta\beta = A'B' / D = 1/2\ [\sqrt{(1 - (B_1B_2 / D)^2)} - \sqrt{(1 - (A_1A_2 / D)^2)}] \qquad (6)$$

Zo známej hodnoty $\Delta\beta$ a rovníc (4) a (5) možno získať pre paralaxu Slnka (pri základni rovnej vzdialenosti pozorovateľov A, B) výsledný vzťah

$$\beta_S = \Delta\beta\ ((R_Z/R_V) - 1) \qquad (7)$$

kde pomer R_Z a R_V sú vzdialenosti Zeme a Venuše od Slnka , ktoré možno získať z rovnice (2) – III. Keplerovho zákona.

Vzdialenosť pozorovateľov A, B je jednoducho možné vypočítať, ak ležia na rovnakom poludníku. Úplne všeobecne je však poloha daná geocentrickou šírkou ϕ, dĺžkou λ a geocentrickým sprievodičom ρ. Ak budeme merať polohy iba na oblúkové minúty a čas pozorovaní na sekundy, môžeme zanedbať i rozdiely medzi geocentrickými sprievodičmi pozorovateľov (najviac 21 km) ako aj odchýlku geocentrickej šírky (najviac asi 11´ na 45° N alebo S) a vyjadriť priestorové súradnice pozorovateľov A, B v sústave rovníkových súradníc. Pozorovateľ A (λ_A , φ_A) a pozorovateľ B (λ_B, φ_B) majú v sústave súradníc s počiatkom v strede Zeme, kde os x mieri do (stredného) jarného bodu, os y je na ňu kolmá v rovine svetového rovníka v smere rastúcej rektascenzie a os z mieri do (stredného) severného pólu, pravouhlé súradnice :

$$\begin{aligned} x_A &= \rho \cos \varphi_A \cos \Theta_A & \qquad x_B &= \rho \cos \varphi_B \cos \Theta_B \\ y_A &= \rho \cos \varphi_A \sin \Theta_A & \qquad y_B &= \rho \cos \varphi_B \sin \Theta_B \qquad (8) \\ z_A &= \rho \sin \varphi_A & \qquad z_B &= \rho \sin \varphi_B \end{aligned}$$

Ich vzájomná priestorová vzdialenosť AB je potom rovná :

$$\Delta = ((x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2)^{1/2} = (X^2 + Y^2 + Z^2)^{1/2} \qquad (9)$$

Θ_A a Θ_B sú miestne stredné hviezdne časy pozorovateľov A,B v okamihu pozorovania T_{UT} (pre kladné hodnoty λ smerom k východu) a S_o je miestny stredný Greenwichský hviezdny čas o 0 UT v deň pozorovania :

$$\begin{aligned} \Theta_A &= S_o + 1{,}0027379093\, T_{UT} + \lambda_A \\ \Theta_B &= S_o + 1{,}0027379093\, T_{UT} + \lambda_B \end{aligned} \qquad (10)$$

Vzdialenosť Δ je ďalej potrebné premietnuť do smeru stred Zeme – Slnko, jednotkový vektor mieriaci smerom do stredu Slnka od stredu Zeme - ***s*** - možno po zložkách smerov jednotkových vektoroch v osiach x, y, z ***(i , j , k)*** vyjadriť zo súradníc Slnka :

$$\begin{aligned} x\,.\,\boldsymbol{i} &= (\cos\delta_S \cos\alpha_S)\,.\,\boldsymbol{i} \\ y\,.\,\boldsymbol{j} &= (\cos\delta_S \sin\alpha_S)\,.\,\boldsymbol{j} \qquad \boldsymbol{s} = \boldsymbol{i} + \boldsymbol{j} + \boldsymbol{k} \\ z\,.\,\boldsymbol{k} &= (\sin\delta_S)\,.\,\boldsymbol{k} \end{aligned} \qquad (11)$$

kde δ_S a α_S sú rovníkové súradnice stredu pravého Slnka. Priemetom D vzdialenosti Δ do smeru k stredu Slnka je absolútna hodnota (modul) vektorového súčinu :

$$D = \| \boldsymbol{AB} \times \boldsymbol{s} \| = ((Y.z - Z.y)^2 + (Z.x - X.z)^2 + (X.y - Y.x)^2)^{1/2} \qquad (12)$$

Ak do rovnice (7) dosadíme hodnoty z rovnice (2) dostávame pre hodnotu paralaxy, resp. vzdialenosti stredu Zeme od stredu Slnka výsledok :

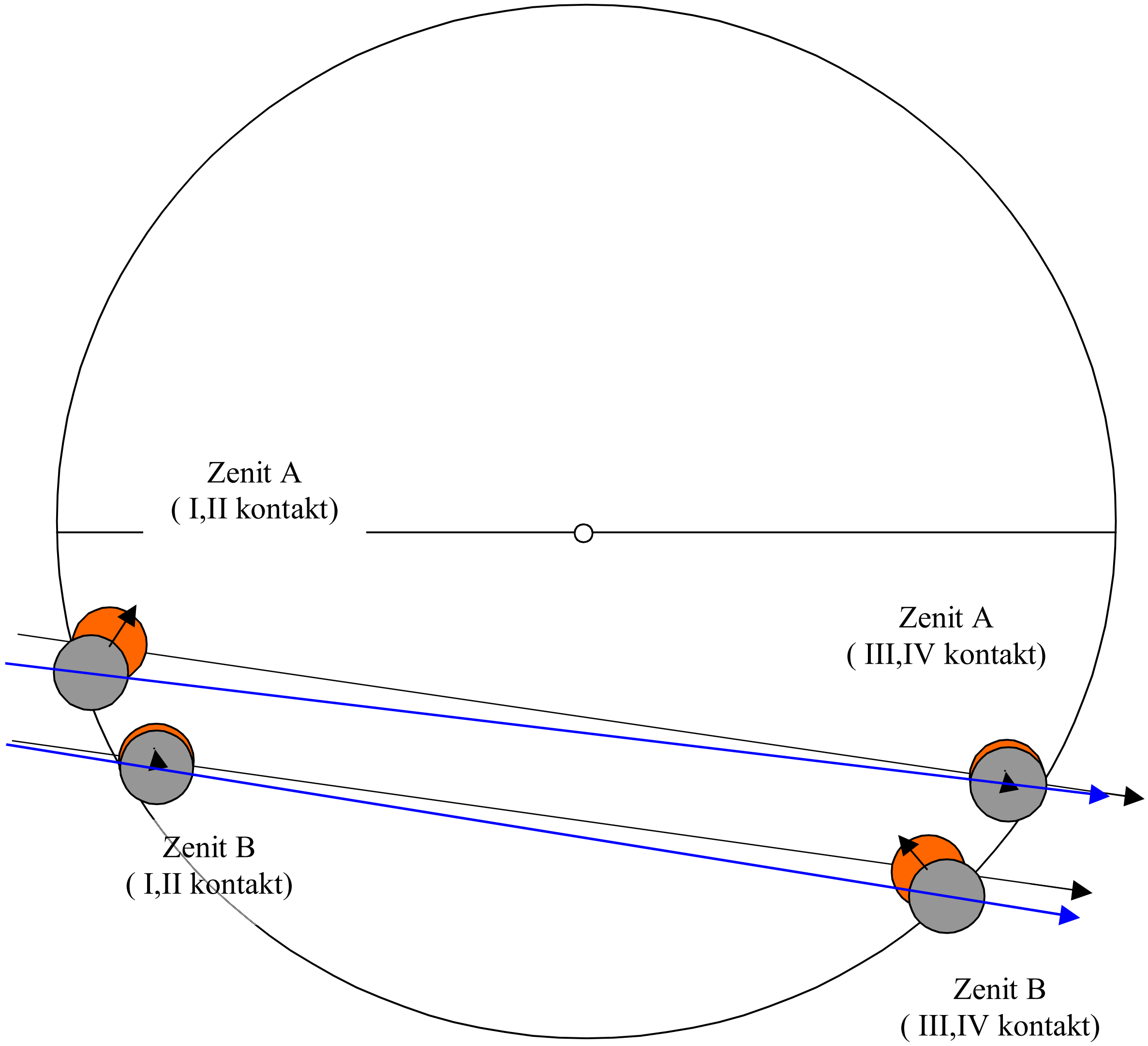
$$\beta_S = D / R_Z \quad \text{alebo} \quad R_Z = D / \beta_S = D / 0{,}38249\, \Delta\beta \qquad (13)$$

Rozšírením výrazu (13) , resp. vyjadrením vzdialeností D a R_Z v polomeroch Zeme (a) a astronomických jednotkách (AU) dostaneme pre strednú hodnotu horizontálnej paralaxy Slnka výslednú závislosť :

$$\pi_0 = a\,.\,R_Z\,.\,\beta_S \,/\, AU\,.\,D \qquad (14)$$

Táto skutočnosť je však blízka pravde iba za určitých podmienok, pozorovatelia by museli byť na spoločnom poludníku a táto rovnica by platila iba v čase stredu kontaktov z miest A a B. Naviac by tento stred prechodu musel nastať na pravé miestne poludnie oboch pozorovateľov. Všeobecne rovnica (4) neplatí; body A, B, V, C a V_A a V_B neležia v jednej rovine !

Obraz Venuše (pre každého pozorovateľa topocentrický) sa naviac premieta na obraz Slnka, rovnako topocentrický, posunutý oproti geocentrickej polohe o paralaxu. Tá (paralaxa Slnka) však s výnimkou pozorovateľov so Slnkom v zenite nie je nulová, ale porovnateľná s paralaxou Venuše. Celý úkaz trvá naviac 6 hodín, za ktoré sa Slnko po ekliptike posunie o



takmer 880“ (štvrtinu priemeru) a predstavuje takmer teoretický polovičný denný oblúk. Venuša je pri prechode 2,61 x bližšie, ako Slnko, jej horizontálna paralaxa má hodnotu 23“. Predstavme si dvoch pozorovateľov; A pozoruje I. kontakt tesne po východe telies a IV. kontakt pri kulminácii. Pozorovateľ B začína I. kontaktom pri kulminácii a končí poslednými kontaktmi tesne pred západom. Ak aj zanedbáme paralaktický posun slnečného disku, je pri prvých kontaktoch u pozorovateľa A Venuša posunutá od miestneho zenitu (smer na obr. vyznačený šípkou) o takmer celú horizontálnu paralaxu (23"), kým u pozorovateľa B iba o jej malý zlomok, paralaxu v zenitovej vzdialenosti (pri kulminácii π_Z = 23“.sin(z), kde z je zenitová vzdialenosť). Pri posledných kontaktoch sa vplyv paralaxy vymení, posun u pozorovateľa A bude malý, u pozorovateľa B maximálny. Tetivy, ktoré na slnečnom disku „napíše“ stred Venuše nebudú pre pozorovateľov paralelné a nakoniec to nebudú ani priamky...

Výsledkom tejto časti môže byť naše presvedčenie, že uvedené vzťahy a metóda prinášajú výsledok pri určitom špecifickom postavení pozorovateľov na Zemi, ako to predpokladal E. Halley. Exaktnú hodnotu Δβ možno presne získať iba z pozičných meraní fotografických záznamov obrazu Venuše na slnečnom disku. V rovnakom čase sa obrazy Venuše premietli na disk do polôh V_A a V_B. Hľadaná nameraná hodnota $\Delta\beta$ vyjadrená v jednotkách priemere Slnka (prevedená na radiány) po dosadení do (13) a (14) dáva relatívne dobré výsledky.

C) Delisleho metóda

Joseph Delisle v snahe eliminovať význam priazne počasia pri pozorovaní prechodu adaptoval Halleyho metódu. Kým Halleyho metóda vyžaduje pozorovanie oboch kontaktov (vonkajších či vnútorných) a následné určenie trvania prechodu medzi I.- IV., resp. II. a III. kontaktmi, možno Delisleho metódou spracovať aj neúplné pozorovania. Pri nej sa porovnávajú časové hodnoty zodpovedajúcich kontaktov (okraja Slnka a Venuše) rôznych pozorovateľov. Zo známych polôh pozorovateľov, časov kontaktov a rýchlosti pohybu Venuše pri týchto kontaktoch možno určiť priamo strednú horizontálnu pralaxu Slnka.
Formalizmus výpočtu svojou zložitosťou presahuje rozmer tohto prehľadu. V podstate sa pri ňom dospeje ku riešeniu rovnice s konštantami, odvodenými pre jednotlivé kontakty z teórie pohybu planét, zo súradníc stanovíšť a z rýchlosti retrográdneho pohybu Venuše a premennou časom (rozdielom časov kontaktov zo stanovíšť 1 a 2 pre kontakty *i*, *j*)

$$\begin{bmatrix} (A_i + A_j).(\cos\varphi_1 \cos\lambda_1 - \cos\varphi_2 \cos\lambda_2) + \\ (B_i + B_j).(\cos\varphi_1 \sin\lambda_1 - \cos\varphi_2 \sin\lambda_2) + \\ (C_i + C_j).(\sin\varphi_1 - \sin\varphi_2) \end{bmatrix} \pi_O = -dD/dt\,.\,(dT_O) \qquad (15)$$

kde dT_O je pozorovaný rozdiel časov identických kontaktov z dvoch rôznych pozorovacích miest a koeficienty A, B, C a podiel dD/dt sú pre identické kontakty rovnaké (odvodené z geocentrickej predpovede úkazu) a sú uvedené (pre prechod 8.6. 2004) v nasledujúcej tabuľke :

Kontakt	A	B	C	dD/dT (´´/ min)
I. vonkajší kontakt (i = 1)	2,2606	-0,0194	1,0110	-3,0846
II. vnútorný konakt (i = 2)	2,1970	0,2237	1,1206	-2,9394
III. vnútorný kontakt (j = 3)	-1,0929	-1,1376	1,9090	2,9391
IV. vonkajší kontakt (j = 4)	-0,9799	-1,3390	1,8383	3,0842

On–line výpočet

Koordinačné centrum kampane VT2004 je pripravené aktuálne (on–line) prijímať a spracovávať dáta kontaktov od jednotlivých pozorovateľov. Pri spracovaní bude použitý k tomuto úkazu vytvorený program štatistického spracovávania dát. Po odoslaní dát (šírka, dĺžka, čas kontaktu) na server kampane VT2004 bude program metódou najmenších štvorcov hľadať riešenie implicitne zadanej rovnice pre vzdialenosť stredov Venuše a Slnka :

$$f(\varphi, \mathbf{X}_S, \mathbf{X}_V, \pi, t) = \Delta$$

Výsledkom výpočtu bude aktuálna hodnota rozdielu O – C (pozorovanej a vypočítanej) vzdialeností Venuše a Slnka od Zeme. Každý z pozorovateľov, ktorý on-line prispeje dátami dostane od riadiaceho centra kampane svoj konkrétny výsledok a súhrnné štatistické spracovanie všetkých pozorovaní.

Projekt VT2004 pokladáme za významnú príležitosť propagácie vedy a vedeckého skúmania sveta. Relatívne jednoduchými metódami, podobne ako i v iných oblastiach astronomického výskumu, možno získať významné hodnoty pozorovaných vzdialeností kozmických objektov. Projekt môže byť i testom organizačných schopností usporiadateľov na všetkých úrovniach; od medzinárodnej až po sieť dobrovoľných spolupracovníkov hvezdární a vzdelávacie inštitúcie na Slovensku.

Z podkladov seminára VT2004 v Luxembourghu a ďalšej dostupnej literatúry spracoval pre potreby kampane VT2004 na Slovensku RNDr. Miroslav Znášik, hvezdáreň v Žiline.